DISEÑO DE CANALES ABIERTOS

Pablo Gallardo Armijos

Ingeniería y Tecnología

3ciencias

DISEÑO DE CANALES ABIERTOS

Pablo Gallardo Armijos

Editorial Área de Innovación y Desarrollo,S.L.

Quedan todos los derechos reservados. Esta publicación no puede ser reproducida, distribuida, comunicada públicamente o utilizada, total o parcialmente, sin previa autorización.

© del texto: **Pablo Gallardo Armijos**

ÁREA DE INNOVACIÓN Y DESARROLLO, S.L.

C/ Els Alzamora, 17- 03802- ALCOY (ALICANTE) info@3ciencias.com

Primera edición: **septiembre 2018**

ISBN: **978-84-949151-1-6**

DOI: http://dx.doi.org/10.17993/IngyTec.2018.43

PRÓLOGO

A lo largo de la historia los seres humanos siempre hemos aprovechado el agua como fuente para usos diversos y de todo tipo. La ingeniería hidráulica específicamente, ha servido para abastecer de agua y arbitrar las medidas de protección contra inundaciones, tormentas, procesos contaminantes, entre otros.

En este tratado de ingeniería se puede encontrar los principios básicos de la hidráulica de canales abiertos y una guía académica de fácil comprensión para emprender el diseño de obras civiles de transporte de agua en lámina libre, como sistemas fluviales y agrícolas, redes de alcantarillados y otras aplicaciones.

En la primera parte se encontrará un estudio de las ecuaciones fundamentales que gobiernan el flujo uniforme del agua. Las expresiones algebraicas se presentan con un breve desarrollo matemático, que fortalece el conocimiento del lector.

De manera consecutiva, se presenta los métodos de cálculo para determinar el calado normal, así como los criterios de diseño de canales de contorno rígido y contorno erosionable, con base a secciones hidráulicas óptimas y velocidades máximas permisibles, respectivamente.

Por último, se aborda el flujo no uniforme en canales hidráulicos mediante el desarrollo de conceptos como la energía específica de una sección, el tirante y pendiente crítica y el análisis de las superficies libres.

El abordaje académico del trabajo se lo puede resumir en los siguientes tratados: flujo uniforme en canales, flujo no uniforme en canales y problemas de aplicación. Un resumen amplio y práctico para consolidar y mejorar el trabajo técnico profesional en esta rama de la ingeniería.

La idea del autor es compartir sus experiencias y contribuir en la construcción de diseños de obras hidráulicas para el transporte de agua en lámina libre.

Espero con modestia haber cumplido con mi cometido y afán académico.

El autor

EL AUTOR

Pablo Arturo Gallardo Armijos se graduó de Ingeniero Civil en la Universidad de las Fuerzas Armadas del Ecuador-ESPE (1997) en Sangolquí-Ecuador. Sus estudios de posgrado los realizó en la Escuela Politécnica Nacional (2002) en Quito-Ecuador y en la Universidad Internacional de Andalucía (2011) en Huelva-España, donde obtuvo los títulos de Magister en Ciencias de la Ingeniería y Master Universitario en Tecnología Ambiental, respectivamente. Su experiencia profesional se ha enfocado en la consultoría y construcción de canales, alcantarillados, redes de agua potable y plantas de tratamiento de aguas residuales. Actualmente es docente universitario con casi 15 años de experiencia y consultor acreditado del Ministerio del Ambiente del Ecuador.

A mi padre Don Hernán Gallardo Ayala por enseñarme el camino. A la memoria de mis abuelos Don Hernán Gallardo Moscoso y Don Arturo Armijos Ayala por inculcarme el deseo de escribir. A mi madre Doña Mariana Armijos Luna por apoyarme con sus sabios consejos.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. FLUJO UNIFORME EN CANALES 13
1.1. Introducción 13
1.2. Ecuación del flujo uniforme en canales 14
1.2.1. Ecuación de Chézy 14
1.2.2. Coeficiente de Chézy 17
1.2.2.1.Ecuaciones analíticas 18
1.2.2.2. Expresiones empíricas 20
1.2.2.3. Ecuación de Manning 25
1.3. Secciones hidráulicas 26
1.3.1. Sección trapezoidal 26
1.3.2. Sección triangular 28
1.3.3. Sección rectangular 29
1.3.4. Secciones cerradas 29
1.3.4.1. Conductos circulares de sección llena 30
1.3.4.2. Conductos circulares de sección parcialmente llena 31
1.3.4.3. Relaciones hidráulicas en conductos circulares 34
1.3.4.4. Otras secciones cerradas 37
1.3.5. Resumen 38
1.4. Determinación del calado normal 43
1.4.1. Método del factor de gasto o caudal característico 43
1.4.2. Método del exponente hidráulico 46
1.5. Canales de contorno rígido 46
1.5.1. Sección hidráulica óptima 46
1.5.2. Sección económica 50
1.6. Canales de contorno erosionable 53
1.6.1. Teoría de la fuerza tractiva crítica 53
1.6.2. Velocidad máxima permisible 55
CAPÍTULO 2. FLUJO NO UNIFORME EN CANALES 59
2.1. Condiciones generales 59
2.2. Ecuación diferencial del flujo no uniforme 60
2.3. Energía específica de una sección 62
2.3.1. Tirante crítico 64
2.3.2. Pendiente crítica 65
2.4. Superficies libres 66
2.4.1. Formas de la superficie libre 66
2.4.2. Diseño de la superficie libre 68
CAPÍTULO 3. PROBLEMAS 75
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 79

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Movimiento uniforme en cauces abiertos. 13
Figura 2. Flujo uniforme en canales abiertos. 15
Figura 3. Condiciones geométricas de los canales trapezoidales. 26
Figura 4. Secciones de canales cerrados. 29
Figura 5. Sección hidráulica parcialmente llena. 31
Figura 6. Cálculo del área de excavación de un canal. 51
Figura 7. Cálculo del área de hormigón de un canal. 52
Figura 8. Distribución del esfuerzo cortante sobre el contorno. 53
Figura 9. Flujo no uniforme en canales. 59
Figura 10. Formas de la superficie libre. 59
Figura 11. Energía específica de una sección. 63
Figura 12. Variación de la energía específica. 64

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Valores del coeficiente de Coriolis. 14
Tabla 2. Factor de fricción de la ecuación Darcy-Weisbach. 20
Tabla 3. Valores de n para las fórmulas de Ganguillet - Kutter. 21
Tabla 4. Valores de las rugosidades n de Manning. 23
Tabla 5. Valores de γ para la fórmula de Bazin. 24
Tabla 6. Valores de las relaciones hidráulicas – Sección circular. 36
Tabla 7. Ecuaciones para canales abiertos. 38
Tabla 8. Ecuaciones para conductos circulares. 41
Tabla 9. Relaciones hidráulicas de conductos circulares. 42
Tabla 10. Ecuaciones para h y b en secciones óptimas de canales. 50
Tabla 11. Velocidades máximas y fuerzas tractivas para algunos materiales. 55
Tabla 12. Formas de la superficie libre. 69

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Relaciones hidráulicas de una sección circular. 35
Gráfico 2. Curvas de caudal y velocidad de conductos tipo baúl. 48

CAPÍTULO 1. FLUJO UNIFORME EN CANALES

1.1. Introducción

El fluido en canales abiertos es caracterizado por la presencia de la interface entre la superficie líquida y la atmósfera, tal es el caso del flujo en ríos, canales y alcantarillas, donde el flujo ocupa solo una parte de la sección. Por lo tanto, a diferencia del flujo en tuberías, la presión sobre la superficie del líquido en canales abiertos siempre es la presión atmosférica.

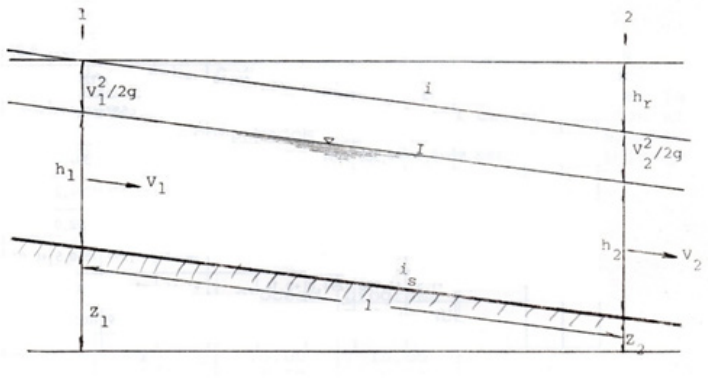


Figura 1. Movimiento uniforme en cauces abiertos.
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 1 se presenta un fluido uniforme que corre por un canal abierto una longitud (l). La línea de gradiente hidráulico (L.G.H) se designa con la letra i y es igual a la relación entre la variación de energía entre las dos secciones y la distancia horizontal entre las mismas (l_H), medida en el plano horizontal de referencia; mientras que, I es la pendiente de la superficie libre y i_s es la pendiente de la solera del cauce. En canales con movimiento uniforme la línea L.G.H (gradiente hidráulico), pendiente de la superficie libre del cauce y la pendiente de la solera del canal son paralelas, es decir $i = I = i_s$. Esto se debe a que los parámetros: área (A), velocidad (v) y gasto (Q) son constantes en todas las secciones de la tubería. Es decir:

$$i = I = i_s$$

$$\frac{dh_r}{dl} = \frac{d(z+h)}{dl} = \frac{dz}{dl}$$

Por tanto, es movimiento uniforme cuando los parámetros del flujo, concretamente la energía por unidad de peso (H), en secciones diferentes, siempre permanecen constantes. La forma algebraica de este concepto es:

$$H_1 = H_2$$

$$\boxed{z_1 + y_1\cos\theta + \alpha\frac{v_1^2}{2g} = z_2 + y_2\cos\theta + \alpha\frac{v_2^2}{2g} + h_r} \quad \text{(Ec. 1)}$$

En donde:

$$H = \text{energía por unidad de peso}\,(m)$$
$$z = \text{energía de posición}\,(m)$$
$$\theta = \text{ángulo de inclinación del canal}$$
$$\alpha = \text{coeficiente de Coriolis}$$

Si la altura "H" permanece constante en cualquier sección analizada del cauce, entonces en cada tramo, la línea de energía, el plano de la superficie libre y la pendiente de la solera del canal, tienen que ser paralelos; siendo la definición de movimiento uniforme. Siendo $i = I = i_s$, en el movimiento uniforme la fuerza predominante para establecer el flujo es la "fuerza componente de la gravedad", actuando paralela con la pendiente del lecho; sin embargo, pueden estar presente también las fuerzas netas de presión y las fuerzas de inercia.

Los flujos uniformes estacionarios ocurren cuando las fuerzas que ocasionan el flujo son exactamente balanceadas sobre el tramo en consideración. Este tipo de flujo es análogo con el flujo estacionario presurizado en tuberías de diámetro constante. De esta manera, el área de flujo uniforme en el canal debe permanecer constante con la distancia, y para lo cual es requerido que la pendiente del lecho y la geometría del canal permanezcan también es constante. La superficie del líquido es paralela con el lecho.

Finalmente, ensayos experimentales muestran que α varía entre 1,03 y 1,36 para canales prismáticos. Por lo que, $\alpha > 1$ por definición (Chow, 1959). En muchos casos se justifica $\alpha = 1$. Sin embargo, es recomendable calcular el valor de alfa. De lo contrario siempre habrá incertidumbre en los resultados (% de error). En la Tabla 1 se resume algunos valores de α:

Tabla 1. Valores del coeficiente de Coriolis.

Canales	Valor de α		
	Mínimo	***Promedio***	***Máximo***
Canales regulares, canaletas y vertederos	1,10	1,15	1,20
Corrientes naturales y torrentes	1,15	1,30	1,50
Ríos bajo cubiertas de hielo	1,20	1,50	2,00
Valles de ríos, inundados	1,50	1,75	2,00

Fuente: (Chow, 1959).

1.2. Ecuación del flujo uniforme en canales

1.2.1. Ecuación de Chézy

En 1769 el ingeniero francés Antoine Chézy desarrolló probablemente la primera ecuación del flujo uniforme en canales. Esta ecuación se puede obtener mediante un balance de fuerzas que ocurren en un elemento fluido, no sometido a acciones de aceleración. Consideremos la sección de canal mostrada en la Figura 2:

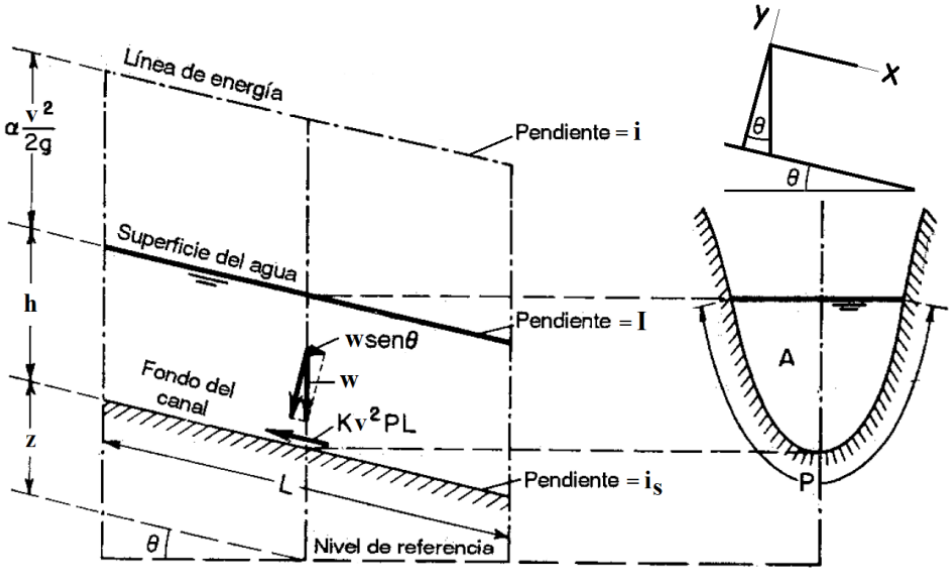


Figura 2. Flujo uniforme en canales abiertos.
Fuente: (Chow, 1959).

Cuando el movimiento de un fluido es uniforme ($v = cte$) la aceleración es cero ($dv/dt = 0$) y por consiguiente las fuerzas inerciales también son iguales a cero. Por lo tanto, en la "condición de equilibrio" del sistema, las fuerzas actuantes son: el peso, la fuerza de presión del fluido y las fuerzas de resistencia al movimiento. Es decir:

$$\sum F_x = 0$$

$$w_x - f_x + f_1 - f_2 = 0$$

$$w_x - f_x + p_1 A_1 - p_2 A_2 = 0$$

Las secciones transversales analizadas son iguales ($A_1 = A_2 = A$), separadas entre sí por una distancia L y perpendiculares a la dirección del flujo. Por tanto, las fuerzas hidrostáticas (f_1 y f_2) también serán iguales, cuya magnitud es el producto de la presión hidrostática ($p = \gamma h$) por el área de la sección (A). Estas dos fuerzas actúan en sentido contrario y a $h/3$ de la base del canal. En consecuencia, estas fuerzas se anulan entre sí. Es decir:

$$w_x - f_x = 0$$

La componente efectiva de la fuerza gravitacional (peso) en la dirección del movimiento (w_x) es paralela al fondo del canal e igual a:

$$w_x = \gamma A L \operatorname{sen}\theta$$

En donde:

$$w_x = \textit{componente del peso que origina el movimiento uniforme}$$

$$\gamma = \textit{peso específico del agua}$$

$$A = \textit{área hidráulica de la sección del canal}$$

$$L = \textit{longitud del tramo de análisis}$$

$$V = \textit{volumen del tramo de análisis}$$

$$\theta = \textit{ángulo de inclinación del canal}$$

Para valores pequeños de θ (generalmente utilizados en canales) $\operatorname{sen}\theta \approx \tan\theta$, por lo que, la componente del peso que origina el movimiento uniforme será:

$$w_x = \gamma AL \tan\theta$$

También, para movimiento uniforme (ver Figura 1):

$$i = I = i_s = \tan\theta$$

En donde:

$$i_s = \textit{pendiente de la solera del canal}$$

Por tanto:

$$w_x = \gamma ALi_s$$

La otra fuerza que completa la condición de equilibrio es la fuerza de fricción producida entre las paredes y el fondo del canal y el fluido. Así pues, la existencia de un gradiente de velocidad implica la existencia de esfuerzos de corte o rozamiento.

Las fuerzas de resistencia al movimiento corresponden principalmente a la acción y reacción de las paredes de la solera del canal y las mismas capas del fluido. Chézy supuso que la fuerza que resiste el flujo por unidad de área del lecho de la corriente es proporcional al cuadrado de la velocidad (v). Si la superficie de contacto del flujo con el lecho de la corriente es igual al producto del perímetro mojado (P) y la longitud del tramo del canal (L), la fuerza total de resiste al flujo (f_x) será igual a:

$$f_x \propto v^2$$

$$f_x = Kv^2PL$$

En donde:

$$f_x = \textit{fuerza de resistencia al movimiento}$$

$$K = \textit{constante de proporcionalidad}$$

$$v = \textit{velocidad del fluido}$$

$$P = \textit{perímetro mojado}$$

$$L = \textit{longitud del tramo de análisis}$$

Volviendo a la condición de equilibrio en x:

$$\sum F_x = 0$$

$$Kv^2PL - \gamma ALi_s = 0$$

En flujo uniforme la componente efectiva de la fuerza gravitacional que causa el flujo debe ser igual a la fuerza total de resistencia. Es decir:

$$Kv^2PL = \gamma ALi_s$$

$$Kv^2 = \gamma \frac{A}{P} i_s$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$$Kv^2 = \gamma Ri_s$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma Ri_s}{K}}$$

$$v = \left(\sqrt{\frac{\gamma}{K}}\right)\sqrt{Ri_s}$$

$$\boxed{v = C\sqrt{Ri_s}} \quad \text{(Ec. 2)}$$

$$\boxed{Q = CA\sqrt{Ri_s}} \quad \text{(Ec. 2)}$$

En donde:

$v = velocidad\ del\ fluido$

$Q = caudal\ que\ circula\ por\ el\ canal$

$A = área\ hidráulica\ del\ canal$

$i_s = pendiente\ de\ la\ solera\ del\ canal$

$C = coeficiente\ de\ Chézy$

$R = radio\ hidráulico$

1.2.2. Coeficiente de Chézy

El número C es un coeficiente que recibió el nombre de coeficiente o factor de resistencia de Chézy, R es el radio hidráulico del canal y i es la pendiente de la línea de energía que para el caso de flujo uniforme estacionario es igual a la pendiente del fondo del canal i_s (ver Figura 1).

La fórmula obtenida por Chézy en 1789 tiene una gran importancia en la historia de la hidráulica, ya que de ella se derivan todas las fórmulas modernas para el cálculo del flujo uniforme. Sin embargo, quedaba aún el problema de saber cómo valuar la

constante C. Chézy solo dijo que ese valor se encuentra entre 30 y 50.

El coeficiente de Chézy C, está determinado con base a las expresiones matemáticas que a continuación se detallan.

1.2.2.1.Ecuaciones analíticas

El equilibrio que ocurre en un elemento fluido, no sometido a acciones de aceleración, considera únicamente dos fuerzas: 1) la componente del peso en dirección del movimiento $\gamma AL\operatorname{sen}\theta$, y 2) la fuerza de resistencia al movimiento Kv^2PL, descrita según Chézy. Es decir:

$$Kv^2PL - \gamma ALi_s = 0$$

Si el agua fluye en el canal desarrolla una fuerza de fricción en su solera (lecho o fondo) y paredes, en dirección del flujo pero sentido contrario. Dicha "fuerza de fricción o rozamiento" entre el fluido y el contorno sólido del canal es equivalente a la "fuerza de resistencia al movimiento" o "fuerza tractiva unitaria[1]". Entonces, la ecuación anterior se puede escribir en términos del "esfuerzo promedio de corte (τ_0)", es decir:

$$\tau_0 = Kv^2$$

Resultando:

$$\tau_0 PL - \gamma ALi_s = 0$$

$$\tau_0 PL = \gamma ALi_s$$

$$\boxed{\tau_0 = \gamma Ri_s} \quad \text{(Ec. 4)}$$

En donde:

$\tau_0 = esfuerzo\ cortante\ promedio$

$P = perímetro\ sólido\ que\ moja\ el\ fluido\ en\ la\ sección\ transversal$

$A = área\ hidráulica\ de\ la\ sección\ del\ canal$

$R = radio\ hidráulico\ en\ la\ sección\ transversal$

$\gamma = peso\ específico\ del\ agua$

$\rho = densidad\ del\ agua$

$L = longitud\ del\ tramo\ de\ análisis$

$i_s = pendiente\ de\ la\ solera\ del\ canal$

Despejando i_s tenemos:

$$\boxed{i_s = \frac{\tau_0}{\rho gR}} \quad \text{(Ec. 5)}$$

Como la pendiente de la línea de energía es paralela a la pendiente del fondo del

1. Llamada también "Fuerza de Arrastre".

canal y a la pendiente de la superficie libre ($i = i_s = I$), se tiene que la pérdida de energía en la distancia L es:

$$\boxed{i_s = \frac{h_f}{L}} \quad \text{(Ec. 6)}$$

Igualando las ecuaciones (5) y (6) tenemos:

$$\frac{h_f}{L} = \frac{\tau_0}{\rho g R}$$

De donde:

$$\boxed{h_f = L\frac{\tau_0}{\rho g R}} \quad \text{(Ec. 7)}$$

Pero las pérdidas de energía también se pueden relacionar con el factor de fricción (f) de Darcy – Weisback[2], cuya expresión es:

$$\boxed{h_f = f\frac{L}{4R}\frac{v^2}{2g}} \quad \text{(Ec. 8)}$$

En donde:

$v = velocidad\ media\ del\ flujo$

$g = aceleración\ de\ la\ gravedad$

Igualando las ecuaciones (7) y (8) y despejando el esfuerzo cortante (τ_0) tenemos:

$$L\frac{\tau_0}{\rho g R} = f\frac{L}{4R}\frac{v^2}{2g}$$

$$\tau_0 = f\frac{\rho g R L}{4RL}\frac{v^2}{2g}$$

$$\boxed{\tau_0 = \rho f\frac{v^2}{8}} \quad \text{(Ec. 9)}$$

Igualando las ecuaciones (9) y (4):

$$\rho f\frac{v^2}{8} = \rho g R i_s$$

Finalmente, la velocidad media en un canal (v) con flujo uniforme será:

$$v^2 = \frac{8gRi_s}{f}$$

$$v = \sqrt{\frac{8g}{f}}\sqrt{Ri_s}$$

Por lo que:

2. Julius Ludwig Weisbach fue un matemático e ingeniero alemán conocido por completar el trabajo de Darcy sobre pérdidas de carga en tuberías para dar lugar a la ecuación de Darcy – Weisbach.

$$v = C\sqrt{Ri_s}$$

De la ecuación anterior podemos concluir que:

$$\boxed{C = \sqrt{\frac{8g}{f}}} \quad \text{(Ec. 10)}$$

En donde:

$$f = \textit{coeficiente de resistencias por superficie}$$

La dificultad en el uso de esta ecuación radica en determinar el factor de fricción (f), pues este parámetro depende del número de Reynolds (Re) y la geometría de los elementos de rugosidad de los contornos del canal. No obstante, la variable f se puede determinar mediante las siguientes expresiones:

Tabla 2. Factor de fricción de la ecuación Darcy-Weisbach.

Régimen	Fórmula	Autor	Ecuación
Pared lisa	$\frac{1}{f} = 2\log\left(Re\sqrt{f}\right) - 0,8$	Prandtl	(1)
Pared de transición-régimen turbulento	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{k}{14,8R} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}}\right)$	Colebrook y White	(2)
Pared rugosa	$\frac{1}{f} = 2\log\left(\frac{4R}{2k}\right) + 1,74$	Nikuradse	(3)

Fuente: Elaboración propia.

En donde:

$$Re = \text{número de Re}\textit{ynolds}$$

$$R = \text{radio hidráulico}$$

$$k = \text{rugosidad de }\textit{Nikuradse}$$

En general, este procedimiento de cálculo se utiliza para cualquier tipo de régimen de flujo, pero existe la dificultad en la determinación del coeficiente de rugosidad k.

Un enfoque sólido del coeficiente C es utilizar la ecuación (12) con un valor de f estimado del Gráfico del factor de fricción de Moody. De hecho, para análisis de canales abiertos se recomienda usar el factor de fricción f en todos los cálculos. Dado que los canales típicos son grandes y ásperos, generalmente se utiliza el flujo turbulento totalmente rugoso (White, 1998).

1.2.2.2. Expresiones empíricas

Son desarrolladas bajo la consideración que $C = f(k, Re, R)$.

Para la mayoría de los casos prácticos, se tiene que el flujo se desarrolla en números

de Reynolds lo suficientemente altos (régimen turbulento), en donde el coeficiente C deja de depender de éste, por tanto $C = f(k, R)$.

a) Formula de Ganguillet y Kutter

En 1869 los investigadores suizos Emile-Oscar Ganguillet y Wilhelm Rudolf Kutter obtuvieron una expresión para determinar el valor de C, en función del tipo de material y de otras características del flujo. La fórmula de Ganguillet y Kutter es la siguiente:

$$C = \frac{a + \frac{l}{n} + \frac{m}{S}}{1 + \left(a + \frac{m}{S}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}} \quad \text{(Ec. 11)}$$

En donde:

$$a = 23$$

$$l = 1$$

$$m = 0{,}00155$$

El valor n es un coeficiente que depende exclusivamente del material y siempre se da en el sistema métrico, tal como se determinó originalmente por ser dicho sistema el vigente en Suiza. En la Tabla 3 se presenta algunos de los valores más comunes del coeficiente n:

Tabla 3. Valores de n para las fórmulas de Ganguillet - Kutter[3].

Superficie	n
Vidrio, tuberías nuevas de estaño, plomo y hierro galvanizado	0,007- 0,008
Hierro forjado sin fisuras y tubería nueva de hierro fundido, recubierto en la mejor condición y alineamiento	0,008- 0,009
Tubería nueva de hierro fundido, esmaltado y tubería nueva acristalada de todo tipo; madera cepillada y en alineamientos perfectos	0,009- 0,010
Tubería nueva de hierro forjado remachado de diámetro pequeño; tubería nueva de duela de madera; madera cepillada, cemento puro	0,010- 0,011
Madera sin cepillar cuidadosamente unida; cemento, un tercio de arena; ladrillo nuevo bien puesto, cuidadosamente señalado y raspado; tubería de hierro fundido limpio con algún tiempo de uso	0,011- 0,012

3. Recuperado de:
https://archive.org/stream/hydraulicdiagram00swanrich#page/6/mode/2up

Superficie	n
Madera sin cepillar; cemento, dos tercios de arena; mampostería bien cubiertas; tubos de barro y piedra en buenas condiciones, pero no es nuevo; yeso y madera cepillada de calidad inferior; tubería acristalada mal distribuida o falta de uso; nueva tubería de hierro forjado remachado con muchas articulaciones y remaches	0,012- 0,013
Ladrillo de cara áspera; mampostería bien diseñada y distribuida, poco deteriorada por el uso; tubería sucia o ligeramente tuberculada de hierro fundido; tubería grande de hierro forjado remachado, pocos años de uso, pero en buen estado; revestimiento de lona	0,015
Mampostería en estado inferior o muy sucia; tubería de hierro tuberculada y sentida; escombros en cemento o yeso, en buen estado; canales de grava rayada con 8,3 pulg., granos bien apisonados o rejuntados de cemento	0,017
Escombros en cemento de calidad inferior; escombros gruesos fraguados en seco; mampostería en mal estado; canales de grava alineada, con granos de una pulgada, bien apisonada o cemento con lechada	0,020
Escombros en bruto en malas condiciones; canales con camas de tierra en perfecto orden y alineamientos	0,0225
Canals con camas de tierra en buen estado y alineamientos y libre de piedras y malas hierbas	0,025
Canales con camas de tierra en buen estado de forma moderada y alineamientos, con algunas piedras y malas hierbas	0,300
Canales con camas de tierra en malas condiciones y alineamientos, con piedras y malas hierbas en gran cantidad	0,040

Fuente: (Swan y Horton, 1905).

La ecuación de Ganguillet y Kutter se dedujo en detalle a partir de datos de mediciones de flujo en canales de diferentes tipos, incluyendo los trabajos de Bazin, varios ríos europeos y el río Mississipi. La ecuación parece complicada, pero por lo general produce resultados satisfactorios. Se ha utilizado con bastante frecuencia y existen diversos cuadros y tablas para su aplicación.

b) Fórmula de Manning

En 1889 el irlandés Robert Manning propone la siguiente expresión[4]:

$$C = \frac{R^{\frac{1}{6}}}{n} \quad \text{(Ec. 12)}$$

En donde C se expresa en ($m^{1/2}/s$) y el número n es conocido como factor o coeficiente de rugosidad de Manning. Su valor es relacionado a tipo de superficie del contorno. De forma experimental se ha demostrado que el valor n varía con el radio hidráulico o la profundidad del flujo. Sin embargo, para fines prácticos se toma valores constantes de acuerdo a las características del contorno. En la Tabla 4 se listan algunos materiales con sus respectivos valores medios de n:

Tabla 4. Valores de las rugosidades n de Manning[5].

Superficie	n
Latón liso	0,010
Hierro forjado galvanizado	0,016
Cemento superficie pulida	0,011
Cemento mortero	0,013
Alcantarilla de concreto, recta y libre de basuras	0,011
Alcantarilla de concreto, con curvas, conexiones y algo de basuras	0,013
Alcantarilla de aguas residuales, con pozos de inspección, entradas, etc., recto	0,015
Concreto bien terminado	0,012
Concreto sin pulir, encofrado metálico	0,013
Concreto sin pulir, encofrado de madera lisa	0,014
Concreto sin pulir, encofrado de madera rugosa	0,017
Mampostería de piedra, cementada	0,025
Mampostería de piedra, suelta	0,032
Asfalto liso	0,013
Asfalto rugoso	0,016
Revestimiento vegetal	0,030- 0.500
Excavado limpio, recién terminado	0,018
Excavado limpio, después de exposición a la intemperie	0,022
Excavado con pastos cortos y algunas malezas	0,027

4. F.M. Henderson atribuye a Gauckler (1868) y a Hagen (1881), la observación de que C es proporcional a $R^{1/6}$, quienes la obtuvieron independientemente; y fue Flamant quien equivocadamente la atribuyó a Manning.

5. Recuperado de:
http://heidarpour.iut.ac.ir/sites/heidarpour.iut.ac.ir/files//u32/open-chow.pdf

Superficie	n
En tierra sin vegetación	0,025
Fondo en cantos rodados y lados limpios	0,040

Fuente: (Chow, 1959).

c) Fórmula de Bazin

En 1897 el francés Henri-Émile Bazin propone calcular C con la siguiente fórmula:

$$\boxed{C = \frac{87\sqrt{R}}{\gamma + \sqrt{R}}} \quad \text{(Ec. 13)}$$

La fórmula de Bazin no es muy usada actualmente para determinar el coeficiente de Chézy C. El coeficiente γ es un parámetro que depende de la rugosidad de la pared, no es el peso específico del agua. Algunos valores se indican en la Tabla 5:

Tabla 5. Valores de γ para la fórmula de Bazin.

Material	γ
Acero bien acabado y pulido	0,06
Concreto acabado normal	0,46
Tierra bien limpia	1,30
Tierra con piedras y plantas (ríos)	1,75

Fuente: (Chow, 1959).

La ecuación de Bazin se desarrolló primordialmente en canales experimentales pequeños. Su aplicación general es menos satisfactoria que la ecuación de Ganguillet y Kutter. Existen estudios comparativos entre los coeficientes C de Chézy, γ de Bazin y n de Kutter para los datos experimentales de Bazin y varias corrientes naturales. Los resultados demuestran que la ecuación de Bazin no es tan buena como la de Kutter, inclusive para sus propios experimentos.

d) Fórmula de Forchheimer

En 1923 el ingeniero e hidrólogo austríaco Philipp Forchheimer propone:

$$\boxed{C = \frac{R^{0,2}}{n}} \quad \text{(Ec. 14)}$$

$43 \leq C \leq 143$, en unidades inglesas.

e) Fórmula de Pavlovskiĭ

En 1925 Nikolai Nikolaevich Pavlovskiĭ propone variable el valor exponencial del radio hidráulico y determina C de la siguiente manera:

$$\boxed{C = \frac{R^{y}}{n}} \quad \text{(Ec. 15)}$$

Para $R < 1$: $y = 1{,}5\sqrt{n}$ Para $R > 1$: $y = 1{,}3\sqrt{n}$

f) Fórmula de Agroskin

En 1949 el investigador I. Agroskin propone:

$$\boxed{C = \frac{1}{n} + 17{,}72\, log\, R} \quad \text{(Ec. 16)}$$

g) Fórmula de Al'tshul

En 1952 Adol'f Davidovich Al'tshul' propone para cauces naturales, cuyos lechos estén formados con grava y arena, canales no revestidos que acarreen azolves, recomiendan la siguiente formula:

$$\boxed{C = \frac{14{,}8}{i^{\frac{1}{6}}} - 26} \quad \text{(Ec. 17)}$$

$$i < 0{,}03$$

1.2.2.3. Ecuación de Manning

Reemplazando la ecuación (12) en (2) tenemos:

$$v = \left(\frac{R^{\frac{1}{6}}}{n} \right) \cdot R^{\frac{1}{2}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{v = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}} \quad \text{(Ec. 18)}$$

Para el caudal tenemos:

$$A \cdot v = A \cdot \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot \left(\frac{A}{P} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}} \quad \text{(Ec. 19)}$$

Las Ecuaciones 18 y 19 son las fórmulas que se han convertido en el principal instrumento de cálculo práctico para flujos uniformes en canales abiertos.

1.3. Secciones hidráulicas

1.3.1. Sección trapezoidal

Las variables geométricas en un canal trapezoidal son: el ancho de la base (b); la pendiente del talud lateral del canal ($m = cot\,\beta$), y el ángulo o inclinación de las paredes laterales del canal con respecto a la horizontal ($\beta_1 \neq \beta_2$).

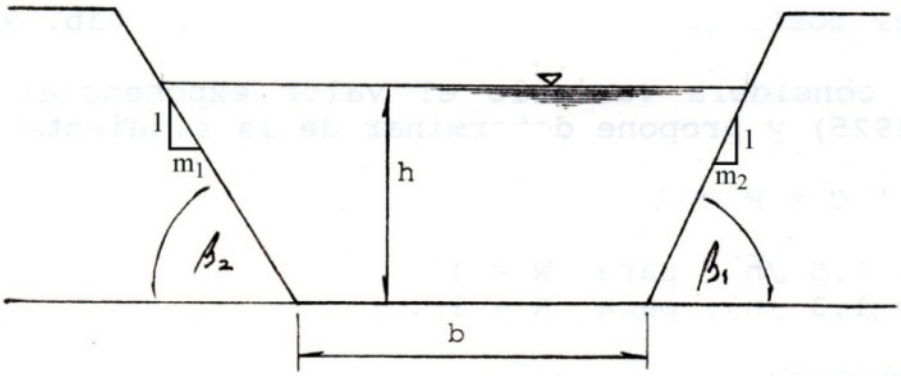


Figura 3. Condiciones geométricas de los canales trapezoidales.
Fuente: Elaboración propia.

Área hidráulica:

$$A = \left[\frac{b + \left(m_1 h + b + m_2 h \right)}{2} \right] h$$

$$A = \left[b + \left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right) h \right] h$$

Perímetro hidráulico (mojado):

$$P = \sqrt{h^2 + \left(m_1 h \right)^2} + b + \sqrt{h^2 + \left(m_2 h \right)^2}$$

$$P = b + \left(\sqrt{1 + m_1^{\,2}} + \sqrt{1 + m_2^{\,2}} \right) h$$

Radio hidráulico:

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{\left[b + \frac{(m_1 + m_2)h}{2}\right]h}{b + h\left(\sqrt{1 + m_1^{\,2}} + \sqrt{1 + m_2^{\,2}}\right)}$$

Velocidad:

$$v = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$v = \frac{1}{n} \cdot \left\{ \frac{\left[b + \frac{(m_1 + m_2)h}{2}\right]h}{b + h\left(\sqrt{1 + m_1^{\,2}} + \sqrt{1 + m_2^{\,2}}\right)} \right\}^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

Caudal:

$$Q = v \cdot A$$

$$Q = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}} \cdot A$$

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{A}{P}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}} \cdot A$$

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{\left\{\left[b + \left(\frac{m_1 + m_2}{2}\right)h\right]h\right\}^{\frac{5}{3}}}{\left[b + \left(\sqrt{1 + m_1^{\,2}} + \sqrt{1 + m_2^{\,2}}\right)h\right]^{\frac{2}{3}}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

Cuando: $m_1 = m_2 = m$

$$A = (b + mh)h$$

$$P = b + 2h\sqrt{1 + m^2}$$

$$R = \frac{(b+mh)h}{b+2h\sqrt{1+m^2}}$$

$$v = \frac{1}{n}\cdot\left[\frac{(b+mh)h}{b+2h\sqrt{1+m^2}}\right]^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = \frac{1}{n}\cdot\frac{\left[(b+mh)h\right]^{\frac{5}{3}}}{\left(b+2h\sqrt{1+m^2}\right)^{\frac{2}{3}}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

1.3.2. Sección triangular

Para canales triangulares, $b=0$ ($m_1 \neq m_2$), tenemos:

$$A = \frac{(m_1+m_2)h^2}{2}$$

$$P = h\left(\sqrt{1+m_1^2}+\sqrt{1+m_2^2}\right)$$

$$R = \frac{(m_1+m_2)h}{2\left(\sqrt{1+m_1^2}+\sqrt{1+m_2^2}\right)}$$

$$v = \frac{1}{n}\cdot\left[\frac{(m_1+m_2)h}{2\left(\sqrt{1+m_1^2}+\sqrt{1+m_2^2}\right)}\right]^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = \frac{1}{n}\cdot\frac{\left[\frac{(m_1+m_2)h^2}{2}\right]^{\frac{5}{3}}}{\left[h\left(\sqrt{1+m_1^2}+\sqrt{1+m_2^2}\right)\right]^{\frac{2}{3}}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

Cuando: $m_1 = m_2 = m$

$$A = mh^2$$

$$P = 2h\sqrt{1+m^2}$$

$$R = \frac{mh}{2\sqrt{1+m^2}}$$

$$v = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{mh}{2\sqrt{1+m^2}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

1.3.3. Sección rectangular

Para canales rectangulares, $m_1 = m_2 = 0$ ($\beta_1 = \beta_2 = 90°$), tenemos:

$$A = bh$$

$$P = b + 2h$$

$$R = \frac{bh}{b+2h}$$

$$v = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{bh}{b+2h} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{(bh)^{\frac{5}{3}}}{(b+2h)^{\frac{2}{3}}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

1.3.4. Secciones cerradas

Los canales de sección cerrada comprenden los túneles, conductos y diferentes tuberías a través de los cuales el líquido fluye a gravedad. En este caso el líquido puede o no llenar toda la sección. Las secciones hidráulicas más usadas son: a) circular, b) rectangular, c) de baúl, d) herradura, e) ovalada, entre otras.

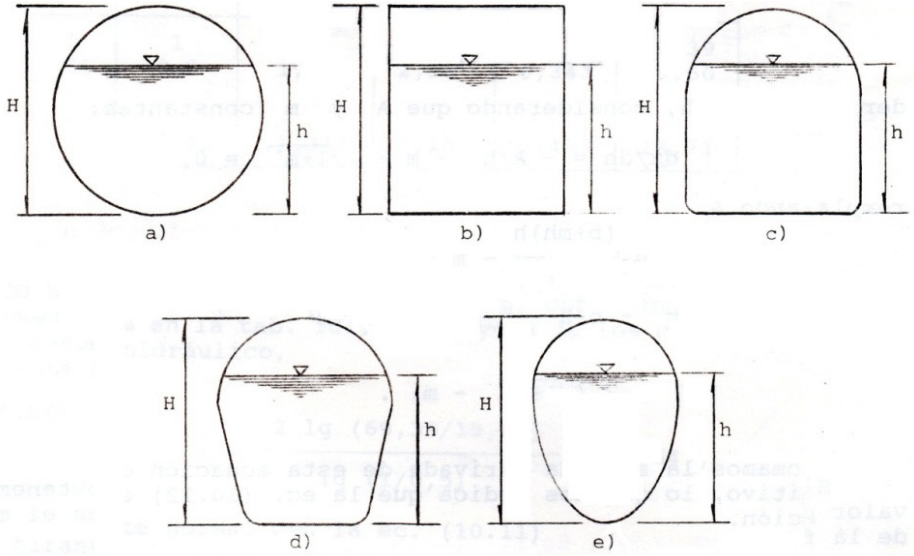


Figura 4. Secciones de canales cerrados.
Fuente: Elaboración propia.

Para el cálculo hidráulico de canales de sección cerrada se utiliza, también, las ecuaciones de Chézy y Manning con algunas adaptaciones, las cuales se detallan a continuación.

1.3.4.1. Conductos circulares de sección llena

Los parámetros y relaciones hidráulicas más importantes para los conductos circulares de sección completamente llena son:

Área hidráulica:

$$A_H = \pi \frac{D^2}{4}$$

Perímetro hidráulico:

$$P_H = \pi D$$

Radio hidráulico:

$$R_H = \frac{D}{4}$$

Velocidad:

$$v_H = \left(\frac{1}{4^{\frac{2}{3}}} \right) \cdot \frac{1}{n} \cdot D^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

Caudal:

$$Q_H = v \cdot A$$

$$Q_H = \left(\frac{\pi}{4^{\frac{5}{3}}} \right) \cdot \frac{1}{n} \cdot D^{\frac{8}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

En donde:

A_H = área hidráulica del fluido en sección llena (m^2)

P_H = perímetro hidráulico del fluido en sección llena (m)

R_H = radio hidráulico del fluido en sección llena (m)

v_H = velocidad del fluido en sección llena (m/s)

Q_H = caudal del fluido en sección llena (m^3/s)

D = diámetro (m)

i_s = pendiente del canal (m/m)

1.3.4.2. Conductos circulares de sección parcialmente llena

Para determinar los parámetros hidráulicos y relaciones hidráulicas de los conductos circulares de sección parcialmente llena, introducimos el concepto de ángulo central que demarca el sector circular y a la vez representa la zona ocupada por el caudal Q :

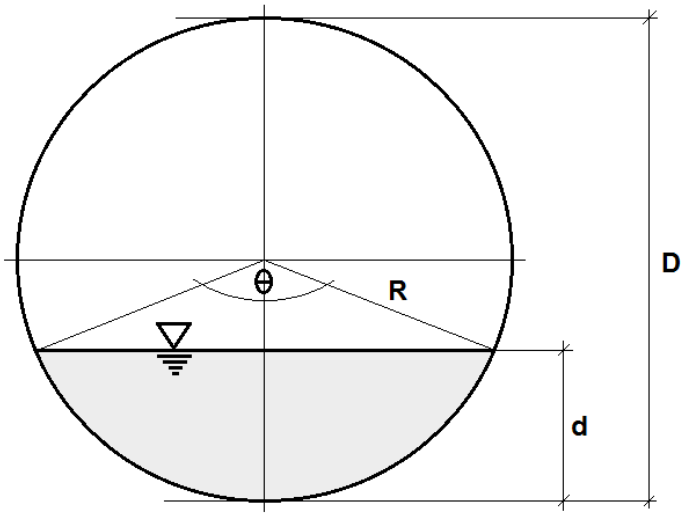


Figura 5. Sección hidráulica parcialmente llena.
Fuente: Elaboración propia.

El ángulo central θ (en grados sexagesimales):

$$\cos\frac{\theta}{2} = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \frac{\frac{D}{2} - d}{R}$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \frac{D}{2R} - \frac{d}{R}$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = 1 - \frac{2d}{D}$$

$$\frac{2d}{D} = 1 - \cos\frac{\theta}{2}$$

$$\frac{d}{D} = \frac{1 - \cos\frac{\theta}{2}}{2}$$

$$d = \left(\frac{1 - \cos\frac{\theta}{2}}{2} \right) \cdot D$$

De lo cual:

$$D = \frac{2d}{1 - \cos\frac{\theta}{2}}$$

Y también:

$$\theta = 2 \arccos\left(1 - \frac{2d}{D} \right)$$

Si consideramos un franco libre sobre el nivel de agua (S), tenemos:

$$\frac{D - S}{D} = \frac{1 - \cos\frac{\theta}{2}}{2}$$

$$1 - \frac{S}{D} = \frac{1 - \cos\frac{\theta}{2}}{2}$$

De donde:

$$D = \frac{2S}{1 + \cos\frac{\theta}{2}}$$

Área hidráulica:

$$A_h = (\theta - \operatorname{sen}\theta) \cdot \frac{R^2}{2}$$

$$A_h = (\theta - \operatorname{sen}\theta) \cdot \frac{D^2}{8}$$

$$A_h = \theta \left(1 - \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta} \right) \cdot \frac{D^2}{8}; \ \theta = \text{radianes}$$

$$A_h = \frac{\pi\theta}{360} \left(1 - \frac{180 \operatorname{sen}\theta}{\pi\theta} \right) \cdot \frac{D^2}{4}; \ \theta = \text{grados}$$

Perímetro hidráulico:

$$P_h = \theta \cdot R$$

$$P_h = \frac{\theta \cdot D}{2}; \ \theta = \text{radianes}$$

$$P_h = \frac{\pi\theta}{360} D;\ \theta = \text{grados}$$

Radio hidráulico:

$$R_h = \frac{A}{P}$$

$$R_h = \frac{(\theta - \text{sen}\theta)\cdot\frac{D^2}{8}}{\frac{\theta\cdot D}{2}}$$

$$R_h = (\theta - \text{sen}\theta)\cdot\frac{D}{4\theta}$$

$$R_h = \left(1 - \frac{\text{sen}\theta}{\theta}\right)\cdot\frac{D}{4};\ \theta = \text{radianes}$$

$$R_h = \left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)\cdot\frac{D}{4};\ \theta = \text{grados}$$

Velocidad:

$$v_h = \frac{1}{n}\cdot R_h^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$v_h = \frac{1}{n}\cdot\left[\left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)\cdot\frac{D}{4}\right]^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$v_h = \frac{1}{n}\cdot\left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\left(\frac{D}{4}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$v_h = \left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\left(\frac{1}{4^{\frac{2}{3}}}\right)\cdot\frac{1}{n}\cdot D^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}};\ \theta = \text{grados}$$

Caudal:

$$Q_h = \frac{1}{n}\cdot A\cdot R_h^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$Q_h = \frac{1}{n}\cdot\left[\left(\frac{\pi\theta}{180} - \text{sen}\theta\right)\cdot\frac{D^2}{8}\right]\cdot\left[\left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)\cdot\frac{D}{4}\right]^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$Q_h = \frac{1}{n}\cdot\left(\frac{\pi\theta}{180} - \text{sen}\theta\right)\cdot\left(\frac{D^2}{8}\right)\cdot\left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\left(\frac{D}{4}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$Q_h = \left(\frac{\pi\theta}{180}\right)\cdot\left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)\cdot\left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\frac{1}{n}\cdot\left(\frac{D^2}{8}\right)\cdot\left(\frac{D}{4}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$Q_h = \left(\frac{\pi\theta}{360}\right)\cdot\left(1-\frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{5}{3}}\cdot\left(\frac{1}{4^{\frac{5}{3}}}\right)\cdot\frac{1}{n}\cdot D^{\frac{8}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}};\ \theta = \text{grados}$$

En donde:

θ = ángulo central (en grados)

A_h = área hidráulica del fluido en sección parcialmente llena (m^2)

P_h = perímetro hidráulico del fluido en sección parcialmente llena (m)

R_h = radio hidráulico del fluido en sección parcialmente llena (m)

v_h = velocidad del fluido en sección parcialmente llena (m/s)

Q_h = caudal del fluido en sección parcialmente llena (m^3/s)

D = diámetro (m)

i_s = pendiente del canal (m/m)

1.3.4.3. Relaciones hidráulicas en conductos circulares

Relación A_h / A_H :

$$\frac{A_h}{A_H} = \frac{\frac{\pi\theta}{360}\left(1-\frac{180\ \text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)\cdot\frac{D^2}{4}}{\pi\frac{D^2}{4}}$$

$$\frac{A_h}{A_H} = \frac{\theta}{360}\left(1-\frac{180\ \text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)$$

Relación P_h / P_H :

$$\frac{P_h}{P_H} = \frac{\frac{\pi\theta}{360}D}{\pi D}$$

$$\frac{P_h}{P_H} = \frac{\theta}{360}$$

Relación R_h / R_H :

$$\frac{R_h}{R_H} = \frac{\left(1-\frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)\cdot\frac{D}{4}}{\frac{D}{4}}$$

$$\frac{R_h}{R_H} = \left(1-\frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)$$

Relación v_h / v_H:

$$\frac{v_h}{v_H} = \frac{\left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{1}{4^{\frac{2}{3}}}\right) \cdot \frac{1}{n} \cdot D^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{1}{4^{\frac{2}{3}}}\right) \cdot \frac{1}{n} \cdot D^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{v_h}{v_H} = \left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{2}{3}}$$

Relación Q_h / Q_H:

$$\frac{Q_h}{Q_H} = \frac{\left(\frac{\pi\theta}{360}\right) \cdot \left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{5}{3}} \cdot \left(\frac{1}{4^{\frac{5}{3}}}\right) \cdot \frac{1}{n} \cdot D^{\frac{8}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{\pi}{4^{\frac{5}{3}}}\right) \cdot \frac{1}{n} \cdot D^{\frac{8}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{Q_h}{Q_H} = \frac{\theta}{360} \cdot \left(1 - \frac{180\ \text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{5}{3}}$$

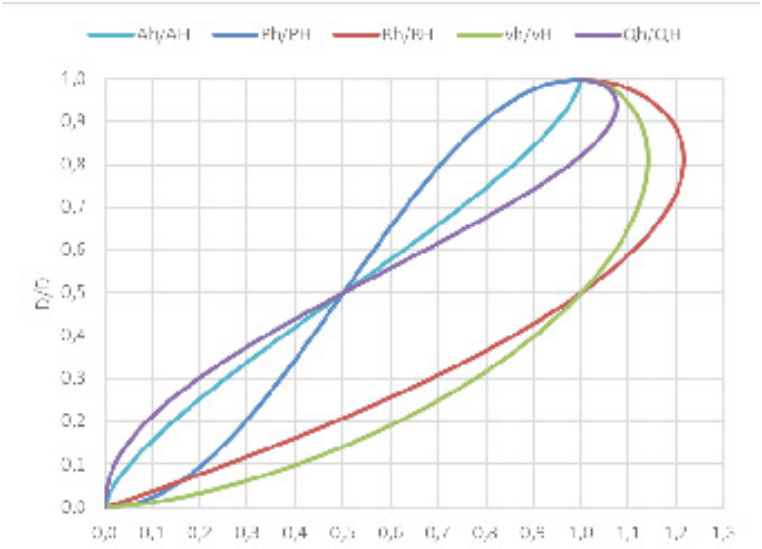


Gráfico 1. Relaciones hidráulicas de una sección circular.
Fuente: Elaboración propia.

Los valores representados en el Gráfico 1 se encuentran en la Tabla 6:

Tabla 6. Valores de las relaciones hidráulicas – Sección circular.

d/D	A_h/A_H	P_h/P_H	R_h/R_H	v_h/v_H	Q_h/Q_H	d/D	A_h/A_H	P_h/P_H	R_h/R_H	v_h/v_H	Q_h/Q_H
0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,51	0,513	0,506	1,013	1,008	0,517
0,01	0,002	0,064	0,027	0,089	0,000	0,52	0,525	0,513	1,025	1,016	0,534
0,02	0,005	0,090	0,053	0,141	0,001	0,53	0,538	0,519	1,037	1,024	0,551
0,03	0,009	0,111	0,079	0,184	0,002	0,54	0,551	0,525	1,048	1,032	0,568
0,04	0,013	0,128	0,105	0,222	0,003	0,55	0,564	0,532	1,060	1,039	0,586
0,05	0,019	0,144	0,130	0,257	0,005	0,56	0,576	0,538	1,070	1,046	0,603
0,06	0,024	0,158	0,155	0,289	0,007	0,57	0,589	0,545	1,081	1,053	0,620
0,07	0,031	0,170	0,181	0,319	0,010	0,58	0,601	0,551	1,091	1,060	0,637
0,08	0,037	0,183	0,205	0,348	0,013	0,59	0,614	0,558	1,101	1,066	0,655
0,09	0,045	0,194	0,230	0,375	0,017	0,60	0,626	0,564	1,111	1,072	0,672
0,10	0,052	0,205	0,254	0,401	0,021	0,61	0,639	0,571	1,120	1,078	0,689
0,11	0,060	0,215	0,278	0,426	0,025	0,62	0,651	0,577	1,128	1,084	0,706
0,12	0,068	0,225	0,302	0,450	0,031	0,63	0,664	0,584	1,137	1,089	0,723
0,13	0,076	0,235	0,325	0,473	0,036	0,64	0,676	0,590	1,145	1,094	0,740
0,14	0,085	0,244	0,349	0,495	0,042	0,65	0,688	0,597	1,153	1,099	0,756
0,15	0,094	0,253	0,372	0,517	0,049	0,66	0,700	0,604	1,160	1,104	0,773
0,16	0,103	0,262	0,394	0,538	0,056	0,67	0,712	0,610	1,167	1,108	0,789
0,17	0,113	0,271	0,417	0,558	0,063	0,68	0,724	0,617	1,173	1,112	0,806
0,18	0,122	0,279	0,439	0,577	0,071	0,69	0,736	0,624	1,179	1,116	0,821
0,19	0,132	0,287	0,461	0,597	0,079	0,70	0,748	0,631	1,185	1,120	0,837
0,20	0,142	0,295	0,482	0,615	0,088	0,71	0,759	0,638	1,190	1,123	0,853
0,21	0,153	0,303	0,504	0,633	0,097	0,72	0,771	0,645	1,195	1,126	0,868
0,22	0,163	0,311	0,525	0,651	0,106	0,73	0,782	0,652	1,199	1,129	0,883
0,23	0,174	0,318	0,546	0,668	0,116	0,74	0,793	0,659	1,203	1,131	0,898
0,24	0,185	0,326	0,566	0,684	0,126	0,75	0,804	0,667	1,207	1,133	0,912
0,25	0,196	0,333	0,587	0,701	0,137	0,76	0,815	0,674	1,210	1,135	0,926
0,26	0,207	0,341	0,607	0,717	0,148	0,77	0,826	0,682	1,212	1,137	0,939
0,27	0,218	0,348	0,626	0,732	0,159	0,78	0,837	0,689	1,214	1,138	0,953
0,28	0,229	0,355	0,646	0,747	0,171	0,79	0,847	0,697	1,216	1,139	0,965
0,29	0,241	0,362	0,665	0,762	0,183	0,80	0,858	0,705	1,217	1,140	0,977
0,30	0,252	0,369	0,684	0,776	0,196	0,81	0,868	0,713	1,217	1,140	0,989
0,31	0,264	0,376	0,702	0,790	0,209	0,82	0,878	0,721	1,217	1,140	1,000
0,32	0,276	0,383	0,721	0,804	0,222	0,83	0,887	0,729	1,216	1,139	1,011
0,33	0,288	0,390	0,739	0,817	0,235	0,84	0,897	0,738	1,215	1,139	1,021
0,34	0,300	0,396	0,757	0,830	0,249	0,85	0,906	0,747	1,213	1,137	1,030
0,35	0,312	0,403	0,774	0,843	0,263	0,86	0,915	0,756	1,210	1,136	1,039

d/D	A_h/A_H	P_h/P_H	R_h/R_H	v_h/v_H	Q_h/Q_H
0,36	0,324	0,410	0,791	0,855	0,277
0,37	0,336	0,416	0,808	0,868	0,292
0,38	0,349	0,423	0,825	0,879	0,307
0,39	0,361	0,429	0,841	0,891	0,322
0,40	0,374	0,436	0,857	0,902	0,337
0,41	0,386	0,442	0,873	0,913	0,353
0,42	0,399	0,449	0,888	0,924	0,368
0,43	0,411	0,455	0,903	0,934	0,384
0,44	0,424	0,462	0,918	0,944	0,400
0,45	0,436	0,468	0,932	0,954	0,417
0,46	0,449	0,475	0,947	0,964	0,433
0,47	0,462	0,481	0,960	0,973	0,450
0,48	0,475	0,487	0,974	0,983	0,466
0,49	0,487	0,494	0,987	0,991	0,483
0,50	0,500	0,500	1,000	1,000	0,500

d/D	A_h/A_H	P_h/P_H	R_h/R_H	v_h/v_H	Q_h/Q_H
0,87	0,924	0,765	1,207	1,134	1,047
0,88	0,932	0,775	1,203	1,131	1,054
0,89	0,940	0,785	1,198	1,128	1,060
0,90	0,948	0,795	1,192	1,124	1,066
0,91	0,955	0,806	1,185	1,120	1,070
0,92	0,963	0,817	1,177	1,115	1,073
0,93	0,969	0,830	1,168	1,109	1,075
0,94	0,976	0,842	1,158	1,103	1,076
0,95	0,981	0,856	1,146	1,095	1,075
0,96	0,987	0,872	1,132	1,086	1,071
0,97	0,991	0,889	1,115	1,075	1,066
0,98	0,995	0,910	1,094	1,062	1,057
0,99	0,998	0,936	1,066	1,044	1,042
1,00	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Fuente: Elaboración propia.

1.3.4.4. Otras secciones cerradas

No obstante, debido a la gran complejidad de las expresiones algebraicas para la determinación del área, el perímetro mojado y el radio hidráulico, también suelen utilizarse Tablas o monogramas para simplificar el cálculo. Entre los métodos de mayor sencillez tenemos los Gráficos o ábacos, en el cual se utilizan las relaciones:

$$a = f\left(\frac{K_h}{K_H}\right), f\left(\frac{Q_h}{Q_H}\right)$$

$$b = f\left(\frac{v_h}{v_H}\right)$$

En dónde:

a = relación de llenado para el caudal dado.

K_h, Q_h = factor de gasto y el caudal para el tirante d.

K_H, Q_H = factor de gasto y el caudal para la sección llena.

v_h = velocidad del flujo con el tirante d.

v_H = velocidad del flujo para la sección llena.

En el siguiente gráfico se presenta las relaciones hidráulicas para conductos de sección tipo baúl.

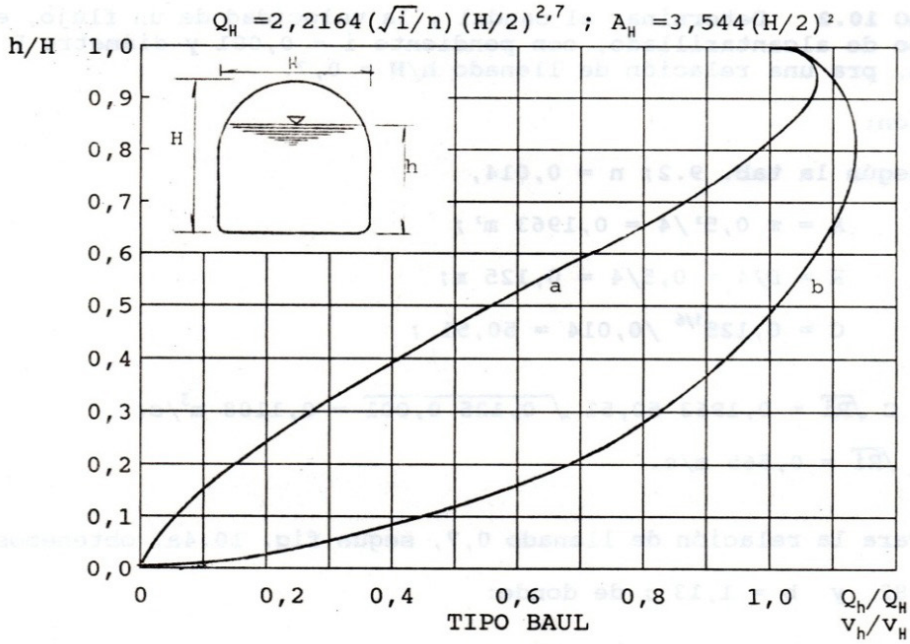


Gráfico 2. Curvas de caudal y velocidad de conductos tipo baúl.
Fuente: Elaboración propia.

1.3.5. Resumen

A fin de facilitar los cálculos hidráulicos se resumen las propiedades de los diferentes tipos de canales abiertos.

Para canales trapezoidales, triangulares y rectangulares:

Tabla 7. Ecuaciones para canales abiertos.

Parámetro	Fórmula	Ecuación
Cuando $m_1 \neq m_2$ ***(canal trapezoidal)***		
Área hidráulica	$A = \left[b + \left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right) h \right] h$	(Ec. 20)
Perímetro hidráulico	$P = b + \left(\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2} \right) h$	(Ec. 21)

Radio hidráulico	$R=\dfrac{\left[b+\dfrac{(m_1+m_2)h}{2}\right]h}{b+h\left(\sqrt{1+m_1^2}+\sqrt{1+m_2^2}\right)}$	(Ec. 22)
Velocidad	$v=\dfrac{1}{n}\cdot\left\{\dfrac{\left[b+\dfrac{(m_1+m_2)h}{2}\right]h}{b+h\left(\sqrt{1+m_1^2}+\sqrt{1+m_2^2}\right)}\right\}^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 23)
Caudal	$Q=\dfrac{1}{n}\cdot\dfrac{\left\{\left[b+\left(\dfrac{m_1+m_2}{2}\right)h\right]h\right\}^{\frac{5}{3}}}{\left[b+\left(\sqrt{1+m_1^2}+\sqrt{1+m_2^2}\right)h\right]^{\frac{2}{3}}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 24)
Cuando $m_1=m_2=m$ ***(canal trapezoidal)***		
Área hidráulica	$A=(b+mh)h$	(Ec. 25)
Perímetro hidráulico	$P=b+2h\sqrt{1+m^2}$	(Ec. 26)
Radio hidráulico	$R=\dfrac{(b+mh)h}{b+2h\sqrt{1+m^2}}$	(Ec. 27)
Velocidad	$v=\dfrac{1}{n}\cdot\left[\dfrac{(b+mh)h}{b+2h\sqrt{1+m^2}}\right]^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 28)
Caudal	$Q=\dfrac{1}{n}\cdot\dfrac{\left[(b+mh)h\right]^{\frac{5}{3}}}{\left(b+2h\sqrt{1+m^2}\right)^{\frac{2}{3}}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 29)

Cuando $b=0$ ***y*** $m_1 \neq m_2$ ***(canal triangular)***		
Área hidráulica	$A=\dfrac{(m_1+m_2)h^2}{2}$	(Ec. 30)
Perímetro hidráulico	$P=h\left(\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)$	(Ec. 31)
Radio hidráulico	$R=\dfrac{(m_1+m_2)h}{2\left(\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)}$	(Ec. 32)
Velocidad	$v=\dfrac{1}{n}\cdot\left[\dfrac{(m_1+m_2)h}{2\left(\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)}\right]^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 33)
Caudal	$Q=\dfrac{1}{n}\cdot\dfrac{\left[\dfrac{(m_1+m_2)h^2}{2}\right]^{\frac{5}{3}}}{\left[h\left(\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 34)
Cuando $b=0$ ***y*** $m_1=m_2$ ***(canal triangular)***		
Área hidráulica	$A=mh^2$	(Ec. 35)
Perímetro hidráulico	$P=2h\sqrt{1+m^2}$	(Ec. 36)
Radio hidráulico	$R=\dfrac{mh}{2\sqrt{1+m^2}}$	(Ec. 37)
Velocidad	$v=\dfrac{1}{n}\cdot\left(\dfrac{mh}{2\sqrt{1+m^2}}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 38)

Caudal	$Q=\frac{1}{n}\cdot\frac{\left(mh^2\right)^{\frac{5}{3}}}{\left(2h\sqrt{1+m^2}\right)^{\frac{2}{3}}}\cdot i_s^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 39)
Cuando $b=0$ y $m_1=m_2$ (canal rectangular)		
Área hidráulica	$\mathrm{A}=\mathrm{bh}$	(Ec. 40)
Perímetro hidráulico	$\mathrm{P}=\mathrm{b}+2\mathrm{h}$	(Ec. 41)
Radio hidráulico	$\mathrm{R}=\frac{\mathrm{bh}}{\mathrm{b}+2\mathrm{h}}$	(Ec. 42)
Velocidad	$\mathrm{v}=\frac{1}{\mathrm{n}}\cdot\left(\frac{\mathrm{bh}}{\mathrm{b}+2\mathrm{h}}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot \mathrm{i}_{\mathrm{s}}^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 43)
Caudal	$\mathrm{Q}=\frac{1}{\mathrm{n}}\cdot\frac{\left(\mathrm{bh}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left(\mathrm{b}+2\mathrm{h}\right)^{\frac{2}{3}}}\cdot \mathrm{i}_{\mathrm{s}}^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 44)

Fuente: Elaboración propia.

Para conductos de sección circular:

Tabla 8. Ecuaciones para conductos circulares.

Parámetro	Fórmula	Ecuación
Parcialmente llena		
Ángulo central	$\theta=2\ arc\cos\left(1-\frac{2d}{D}\right)$	(Ec. 45)
Tirante hidráulico	$d=\left(\frac{1-\cos\frac{\theta}{2}}{2}\right)\cdot D$	(Ec. 46)
Área hidráulica	$A_h=\frac{\pi\theta}{360}\left(1-\frac{180\ \mathrm{sen}\theta}{\pi\theta}\right)\cdot\frac{D^2}{4}$	(Ec. 47)

Perímetro hidráulico	$P_h = \frac{\pi\theta}{360} \cdot D$	(Ec. 48)
Radio hidráulico	$R_h = \left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right) \cdot \frac{D}{4}$	(Ec. 49)
Velocidad	$v_h = \left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{1}{4^{\frac{2}{3}}}\right) \cdot \frac{1}{n} \cdot D^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 50)
Caudal	$Q_h = \left(\frac{\pi\theta}{360}\right) \cdot \left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{5}{3}} \cdot \left(\frac{1}{4^{\frac{5}{3}}}\right) \cdot \frac{1}{n} \cdot D^{\frac{8}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 51)
Llena		
Área hidráulica	$A_H = \pi \cdot \frac{D^2}{4}$	
Perímetro hidráulico	$P_H = \pi \cdot D$	(Ec. 52)
Radio hidráulico	$R_H = \frac{D}{4}$	(Ec. 53)
Velocidad	$v_H = \left(\frac{1}{4^{\frac{2}{3}}}\right) \cdot \frac{1}{n} \cdot D^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 54)
Caudal	$Q_H = \left(\frac{\pi}{4^{\frac{5}{3}}}\right) \cdot \frac{1}{n} \cdot D^{\frac{8}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$	(Ec. 55)

Fuente: Elaboración propia.

Las relaciones hidráulicas en conductos circulares son:

Tabla 9. Relaciones hidráulicas de conductos circulares.

Parámetro	Fórmula	Ecuación
Áreas hidráulicas	$\frac{A_h}{A_H} = \frac{\theta}{360}\left(1 - \frac{180\ \text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)$	(Ec. 56)

Perímetros mojados	$\frac{P_h}{P_H} = \frac{\theta}{360}$	(Ec. 57)
Radios hidráulicos	$\frac{R_h}{R_H} = \left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)$	(Ec. 58)
Velocidades	$\frac{v_h}{v_H} = \left(1 - \frac{180\text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{2}{3}}$	(Ec. 59)
Caudales	$\frac{Q_h}{Q_H} = \frac{\theta}{360} \cdot \left(1 - \frac{180\ \text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{5}{3}}$	(Ec. 60)

Fuente: Elaboración propia.

1.4. Determinación del calado normal

Se define como caldo o tirante normal a la profundidad que se establece en un canal con flujo uniforme.

Existen varios métodos para el cálculo del calado. Los más conocidos son dos:

- Método del factor de gasto o caudal característico
- Método del exponente hidráulico

Estos métodos son aplicables para cauces naturales y prismáticos. Conociéndose como cauces prismáticos aquellos que tienen sección transversal de forma geométrica definida (trapezoidal, rectangular, triangular, circular, etc.).

Para el análisis respectivo son necesarias las variables geométricas descritas en la Figura 3, es decir: ancho de la base (b); pendiente del talud lateral (m), ángulo de las paredes laterales (β), caudal (Q) y pendiente de la solera (i_s).

1.4.1. Método del factor de gasto o caudal característico

De la ecuación (3):

$$Q = CA\sqrt{Ri_s}$$

Suponemos:

$$\boxed{K = CA\sqrt{R}} \quad \text{(Ec. 61)}$$

En donde:

K = factor de gasto o caudal[6] (m^3/s)

C = coeficiente de rugosidad de Chézy

6. Llamado también conductividad de una sección de canal.

A = área hidráulica del canal (m^2)

R = radio hidráulico del canal (m)

Según la ecuación (61) el parámetro K depende directamente de la rugosidad y de las condiciones geométricas del canal. No obstante, al reemplazar la ecuación (61) en la ecuación (3), el valor de K también es igual a:

$$Q = K\sqrt{i_s}$$

$$K = \frac{Q}{\sqrt{i_s}}$$

De lo cual, para un caudal (Q) y una gradiente hidráulica (i_s) conocidas, existirá un solo valor de K. En este caso, el factor de gasto o caudal (K), se denomina "gasto o caudal característico (K_0)", de tal manera que:

$$K_0 = \frac{Q}{\sqrt{i_s}} \quad \text{(Ec. 62)}$$

En donde:

K_0 = gasto o caudal característico (m^3/s)

Q = caudal de diseño (m^3/s)

i_s = pendiente de la solera

El parámetro K_0 depende directamente de las condiciones hidráulicas del flujo. Por lo tanto, dadas las condiciones de caudal (Q) y gradiente hidráulica (i_s) se puede conocer directamente el caudal característico (K_0).

Finalmente, para determinar el calado normal del canal (h), la solución consiste en determinar un valor de (K) de tal manera que $K_0 = K$. Es decir:

$$K_0 = K$$

$$\frac{Q}{\sqrt{i_s}} = CA\sqrt{R}$$

Luego, reemplazando la ecuación (12) tenemos:

$$\frac{Q}{\sqrt{i_s}} = \left(\frac{R^{\frac{1}{6}}}{n}\right) A\sqrt{R}$$

$$\frac{Q}{\sqrt{i_s}} \cdot n = A \cdot R^{\frac{1}{6}} \cdot R^{\frac{1}{2}}$$

$$K_0 \cdot n = A \cdot R^{\frac{2}{3}}$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$$K_0 \cdot n = A \cdot \left(\frac{A}{P}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\boxed{K_0 \cdot n = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}} \text{ (Ec. 63)}$$

En donde:

K_0 = gasto o caudal característico de diseño (m^3/s)

n = coeficiente de rugosidad de Manning

A = área hidráulica (m^2)

P = perímetro hidráulico (m)

La ecuación (63) es la fórmula para el cálculo práctico de flujos uniformes en canales abiertos. El término de la derecha se denomina "factor de sección (F_s)" y depende únicamente de la geometría mojada del canal.

$$\boxed{F_s = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}} \text{ (Ec. 64)}$$

Se calculará el factor de sección (F_s) hasta obtener la siguiente igualdad:

$$K_0 \cdot n = F_s$$

$$\boxed{K_0 \cdot n = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}} \text{ (Ec. 65)}$$

Esta condición se cumple dándole valores a (h) en las ecuaciones (20) y (21) (aplicado también para secciones circulares) y calculando el factor de sección (F_s) hasta obtener el valor buscado ($K_0 \cdot n$), por aproximaciones sucesivas.

Según la forma del canal (trapecio, rectángulo, triángulo o círculo), el factor de sección (F_s) crecerá conforme lo hace el calado normal (h). En general, existirá un único valor de calado normal para que el factor de sección F_s sea igual al producto $K_0 \cdot n$.

Para secciones trapezoidales:

$$\boxed{F_s = \frac{\left\{\left[b + \left(\frac{m_1 + m_2}{2}\right)h\right]h\right\}^{\frac{5}{3}}}{\left[b + \left(\sqrt{1+m_1^2} + \sqrt{1+m_2^2}\right)h\right]^{\frac{2}{3}}}} \text{ (Ec. 66)}$$

Para secciones circulares parcialmente llenas:

$$F_s = \left(\frac{\pi\theta}{360}\right)\cdot\left(1-\frac{180\ \text{sen}\theta}{\pi\theta}\right)^{\frac{5}{3}}\cdot\left(\frac{1}{4^{\frac{5}{3}}}\right)\cdot D^{\frac{8}{3}} \quad \text{(Ec. 67)}$$

1.4.2. Método del exponente hidráulico

Según Bakhmeteff los factores de gasto con sus profundidades, para un mismo canal, guardan la siguiente relación:

$$\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^2 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^x$$

En donde:

x = exponente hidráulico del cauce

K_1 y K_2 = factores de gasto o caudal (m3/s)

h_1 y h_2 = profundidades correspondientes a K_1 y K_2

El exponente hidráulico es considerado constante para cada cauce.

La solución, según este método, consiste en tomar dos profundidades y y determinar y , de tal manera que:

$$x = \frac{2\log\left(\frac{K_1}{K_2}\right)}{\log\left(\frac{h_1}{h_2}\right)} \quad \text{(Ec. 68)}$$

Una vez determinado el exponente hidráulico se calcula el tirante normal con la expresión:

$$h_0 = h_i\left(\frac{K_0}{K_i}\right)^{\frac{2}{x}} \quad \text{(Ec. 69)}$$

1.5. Canales de contorno rígido

1.5.1. Sección hidráulica óptima

Según la ecuación (61) el "factor de gasto o conductividad de una sección de canal" se incrementa con el aumento del radio hidráulico o la disminución en el perímetro mojado (Chow, 1959), es decir:

$$K = CA\sqrt{R} = CA\sqrt{\frac{A}{P}}$$

Por tanto, para un área determinada de la sección de canal (A) que tenga el menor perímetro mojado (P), se tendrá la máxima conductividad (K). Tal sección se conoce como "sección hidráulica óptima". En otras palabras, la sección hidráulica óptima es aquella sección transversal (A) de un canal que tiene la máxima capacidad, escurrimiento o caudal.

Así pues, dentro de todas las secciones conocidas, el semicírculo es la sección que tiene el menor perímetro mojado para un área determinada, por lo tanto, es la "sección hidráulica más eficiente de todas las secciones" (Chow, 1959).

Analizando la ecuación (63) notamos que, tanto el área A , el gradiente i_s y la rugosidad n de canal, están dados (son datos), por lo que, un valor máximo del caudal Q obtendremos para R_{max}, que corresponde a un valor mínimo del perímetro mojado P_{min} . Es decir:

$$K_0 \cdot n = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P_{min}^{\frac{2}{3}}}$$

La solución consiste en buscar el mínimo perímetro mojado para un área hidráulica dada. En la Figura (3) tenemos:

$$A = \left[b + \left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right) h \right] h$$

Y:

$$P = b + \left(\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2} \right) h$$

De donde:

$$b = \frac{A}{h} - \left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right) h$$

Por consiguiente:

$$P = \left[\frac{A}{h} - \left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right) h \right] + h \left(\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2} \right)$$

$$P = \frac{A}{h} + h \left[\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2} - \left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right) \right]$$

Considerando una sección A dada y un valor m constante, podemos derivar para h y obtener:

$$\frac{dP}{dh} = -\frac{A}{h^2} + \left[\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2} - \left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right) \right] = 0$$

Reemplazando A tenemos:

$$-\frac{\left[b+\left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)h\right]h}{h^2}+\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}-\left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)=0$$

$$-\frac{b}{h}-\left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)+\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}-\left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)=0$$

$$\frac{b}{h}=\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}-\left(m_1+m_2\right)$$

$$b=\left[\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}-\left(m_1+m_2\right)\right]h$$

Si tomamos la segunda derivada de esta ecuación obtenemos un valor positivo, lo que dicha ecuación es el mínimo de la función.

Con la relación hidráulica óptima de b en función de h (para un canal trapecial), podemos obtener el área, perímetro y radio hidráulico óptimos son:

$$A=\left\{\left[\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}-\left(m_1+m_2\right)\right]h+\left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)h\right\}h$$

$$A=\left\{\left[\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}-\left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)\right]h\right\}h$$

$$A=\left[\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}-\left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)\right]h^2$$

Reemplazando b en la ecuación del perímetro tenemos:

$$P=\left[\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}-\left(m_1+m_2\right)\right]h+\left(\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)h$$

$$P=2\left(\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)h-\left(m_1+m_2\right)h$$

$$P=2\left[\left(\sqrt{1+m_1^{\,2}}+\sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)-\left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)\right]h$$

El radio hidráulico es:

$$R=\frac{A}{P}$$

$$R = \frac{\left[\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}} - \left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)\right]h^2}{2\left[\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}} - \left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)\right]h}$$

$$R = \frac{h}{2}$$

La Ec .60 quedaría de la siguiente forma:

$$K_0 \cdot n = \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}}$$

$$K_0 \cdot n = \frac{\left\{\left[\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}} - \left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)\right]h^2\right\}^{5/3}}{\left\{2\left[\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}} - \left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)\right]h\right\}^{2/3}}$$

$$K_0 \cdot n = \frac{1}{2^{2/3}} \cdot \frac{\left[\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}} - \left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)\right]^{5/3} h^{10/3}}{\left[\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}} - \left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)\right]^{2/3} h^{2/3}}$$

$$K_0 \cdot n = \frac{1}{2^{2/3}} \cdot \left[\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}} - \left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)\right]h^{8/3}$$

De donde:

$$h = \left[\frac{2^{2/3} \cdot K_0 \cdot n}{\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}} - \left(\frac{m_1+m_2}{2}\right)}\right]^{3/8}$$

En la Tabla 10 se presenta un resumen de los parámetros hidráulicos para canales trapezoidales y rectangulares con sección óptima:

Tabla 10. Ecuaciones para h y b en secciones óptimas de canales.

Parámetro	Fórmula	Ecuación
Cuando $m_1 \neq m_2$		
Tirante hidráulico	$h = \left[\dfrac{2^{2/3} \cdot K_0 \cdot n}{\sqrt{1+m_1^2} + \sqrt{1+m_2^2} - \left(\dfrac{m_1 + m_2}{2} \right)} \right]^{3/8}$	(Ec. 70)
Base	$b = \left[\sqrt{1+m_1^{\ 2}} + \sqrt{1+m_2^{\ 2}} - (m_1 + m_2) \right] h$	(Ec. 71)
Cuando $m_1 = m_2 = m$		
Tirante hidráulico	$h = \left(\dfrac{2^{2/3} \cdot K_0 \cdot n}{2\sqrt{1+m^2} - m} \right)^{3/8}$	(Ec. 72)
Base	$b = 2\left(\sqrt{1+m^2} - m \right) h$	(Ec. 73)
Cuando $m = 0$ ***(canales rectangulares)***		
Tirante hidráulico	$h = \left(\dfrac{K_0 \cdot n}{2^{1/3}} \right)^{3/8}$	(Ec. 74)
Base	$b = 2h$	(Ec. 75)

Fuente: Elaboración propia.

Para determinar los parámetros hidráulicos: A, P, R, v y Q se utiliza las ecuaciones de la Tabla 7.

El concepto de la sección hidráulica óptima se aplica solo para el diseño de canales de contorno rígido (no erosionables).

1.5.2. Sección económica

Desde el punto de vista práctico, la sección hidráulica óptima es la sección que da el área mínima para un caudal determinado, pero no necesariamente es la mínima excavación (sección más económica).

La sección económica (sección con mínima excavación) sólo ocurre cuando el nivel del agua de la sección óptima coincide con el nivel del terreno. No obstante el nivel de agua casi siempre se encuentra debajo del nivel del terreno dejando un “franco

de seguridad" o "borde libre[7]". Todo canal más angosto que la sección óptima tendrá la mínima excavación (Chow, 1959).

El área de excavación mínima será:

$$A_e = \left[B + \left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right) H \right] H$$

Siendo:

$$H = S + h + e$$
$$B = b + x_1 + x_2$$

El tirante hidráulico h y la base del canal b corresponden a la sección óptima del canal, variables que son calculadas con las ecuaciones de la Tabla 10. Por semejanza de triángulos tenemos:

$$x_1 = m_1 e$$
$$x_2 = m_2 e$$

De donde:

$$B = b + (m_1 + m_2) e$$

$$A_e = \left[b + (m_1 + m_2) e + \left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right) H \right] H$$

$$A_e = \left[b + (m_1 + m_2) \left(e + \frac{H}{2} \right) \right] H$$

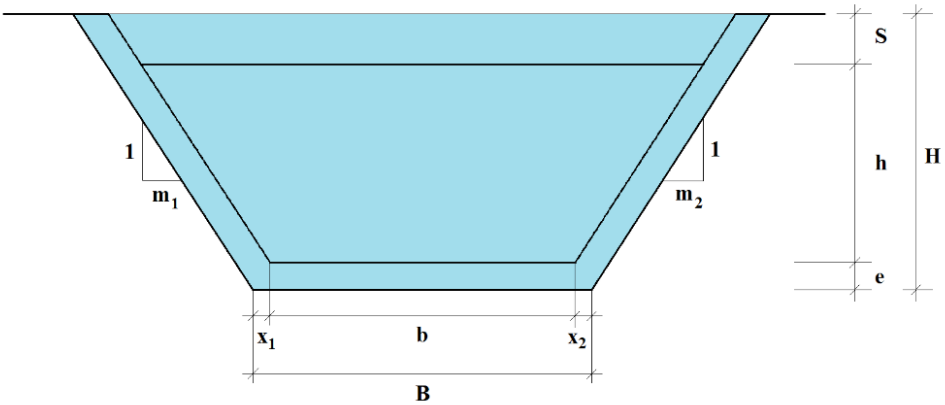


Figura 6. Cálculo del área de excavación de un canal.
Fuente: Elaboración propia.

7. El borde libre es la distancia vertical desde la parte superior del canal hasta la superficie del agua en la condición de diseño. Esta distancia debe ser lo suficientemente grande como para prevenir que las ondas o fluctuaciones en la superficie del agua causen reboses por encima de los lados.

El volumen de excavación por metro lineal (en m^3/m) será:

$$V_e = A_e 1m$$

$$\boxed{V_e = \left[b + \left(m_1 + m_2 \right) \left(e + \frac{H}{2} \right) \right] H} \quad \text{(Ec. 76)}$$

Para $m_1 = m_2 = m$ tenemos:

$$V_e = \left[b + 2m \left(e + \frac{H}{2} \right) \right] H$$

Por su parte, el área mínima de hormigón requerida para el revestimiento del canal se puede obtener mediante la siguiente expresión:

$$A_h = \left[\left(\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2} \right) \left(S + h \right) + 3 \left(m_1 + m_2 \right) \right] e$$

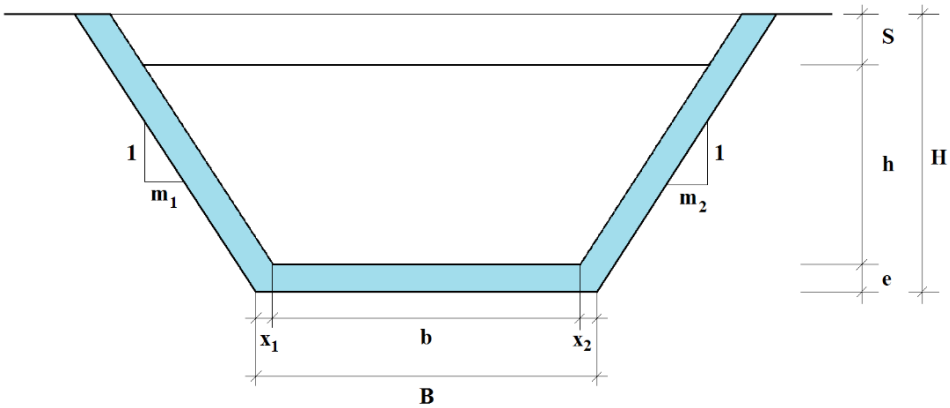


Figura 7. Cálculo del área de hormigón de un canal.
Fuente: Elaboración propia.

De igual forma, el volumen de hormigón será:

$$V_h = A_h 1m$$

$$\boxed{V_h = \left[\left(\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2} \right) \left(S + h \right) + 3 \left(m_1 + m_2 \right) + b \right] e} \quad \text{(Ec. 77)}$$

Para $m_1 = m_2 = m$ tenemos:

$$V_h = \left[\left(2\sqrt{1 + m^2} \right) \left(S + h \right) + 6m + b \right] e$$

1.6. Canales de contorno erosionable

Para el diseño de canales erosionables son comúnmente usados dos criterios fundamentales: la teoría de la "fuerza tractiva crítica" y el de la "velocidad máxima permisible".

1.6.1. Teoría de la fuerza tractiva crítica

La fuerza ejercida por el agua sobre el área mojada de un canal es llamada "fuerza tractiva. De la deducción de la ecuación (4) se puede concluir que: "el promedio de la fuerza tractiva unitaria es el promedio del esfuerzo cortante", dado por:

$$\overline{\tau_0} = \rho g R i_s$$

En donde:

$\overline{\tau_0}$ = esfuerzo cortante del entorno del canal, N/m^2

ρ = densidad del fluido, kg/m^3

g = aceleración de la gravedad, m/s^2

R = radio hidráulico, m

i_s = pendiente de la solera del canal, decimal

Sin embargo, el esfuerzo cortante del contorno $\overline{\tau_0}$ no es uniformemente distribuido. La distribución varía un poco más con la forma del canal pero no con el tamaño.

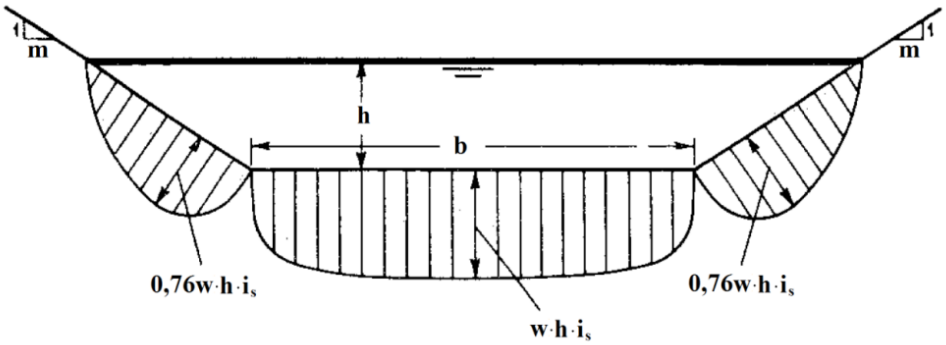


Figura 8. Distribución del esfuerzo cortante sobre el contorno.
Fuente: Elaboración propia.

De lo anterior, el esfuerzo cortante en la solera del canal (τ_b) será:

$$\tau_b = \rho g R i_s$$

El esfuerzo cortante máximo en los taludes laterales del canal (τ_s) será igual a:

$$\tau_s = 0{,}76\tau_b$$

$$\boxed{\tau_s = 0{,}76\rho g R i_s} \quad \text{(Ec. 78)}$$

El esfuerzo cortante en la solera y los taludes laterales del canal debe ser mantenido de bajo de aquel valor crítico (τ_c) que causará que el material del canal se mueva. Entonces el canal será estable. La fuerza tractiva crítica (τ_c) de una partícula del material es la fuerza tractiva unitaria que no causará erosión del material sobre una superficie horizontal.

El material sobre los taludes del canal es sujeto, además del esfuerzo cortante debido al flujo del agua, también a la fuerza de la gravedad debido a la inclinación de los lados. Se ha demostrado que si τ_{cb} es la fuerza tractiva crítica, el máximo esfuerzo cortante crítico debido al flujo del agua sobre los lados del canal es:

$$\boxed{\tau_{cs} = \tau_{cb}\sqrt{1-\frac{\text{sen}^2\varnothing}{\text{sen}^2\theta}}} \quad \text{(Ec. 79)}$$

$$\tau_{cs} < \tau_{cb}$$

En donde:

τ_{cb} = fuerza tractiva crítica sobre el lecho del canal, N/m2

τ_{cs} = fuerza tractiva crítica sobre los laterales del canal, N/m2

θ = ángulo de fricción o ángulo de reposo del material

$\varnothing$ = ángulo o inclinación del talud del canal con relación a la horizontal

Igualando las ecuaciones (78) y (79), y despejando R tenemos:

$$\boxed{R = \frac{\tau_{cb}\sqrt{1-\frac{\text{sen}^2\varnothing}{\text{sen}^2\theta}}}{0{,}76\rho g i_s}} \quad \text{(Ec. 80)}$$

El primer valor de h puede ser asumido mediante la suposición que $R = h$, es decir:

$$h = \frac{\tau_{cb}\sqrt{1-\frac{\text{sen}^2\varnothing}{\text{sen}^2\theta}}}{0{,}76\rho g i_s}$$

Con el valor de h y mediante un proceso de prueba y error podemos obtener el valor de b, utilizando la ecuación (63):

$$K_0 \cdot n = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}$$

Siendo:

$$K_0 = \frac{Q}{\sqrt{i_s}}$$

Quedando la ecuación:

$$\frac{Q}{\sqrt{i_s}} \cdot n = \frac{\left(bh + mh^2\right)^{\frac{5}{3}}}{\left(b + 2h\sqrt{1+m^2}\right)^{\frac{2}{3}}} \quad \text{(Ec. 81)}$$

Finalmente, se calcula el valor de R mediante la expresión:

$$R = \frac{bh + mh^2}{b + 2h\sqrt{1+m^2}}$$

1.6.2. Velocidad máxima permisible

La velocidad máxima permisible o velocidad no erosionante es la mayor velocidad promedio que no causará erosión en el cuerpo del canal. Esta velocidad es muy incierta y variable, y sólo puede estimarse con base en experiencia y criterio. En general, los canales viejos que han soportado muchos periodos hidrológicos permiten velocidades mucho más altas que los canales nuevos, debido a que su lecho a menudo se encuentra mejor estabilizado (Chow, 1959). En la Tabla 11 se resume las velocidades máximas permisibles y los esfuerzos cortantes para diferentes tipos de suelo:

Tabla 11. Velocidades máximas y fuerzas tractivas para algunos materiales.

Material	Tamaño (mm)	Velocidad media aprox. (m/s)	Fuerza tractiva crítica (N/m2)	Coeficiente de rugosidad de Manning (n)
Tierra negra arenosa (1)		0,50	2,0	0,020
Tierra negra limosa (1)		0,60	2,5	0,020
Limo aluvial (1)		0,60	2,5	0,020
Limo aluvial (2)		1,15	12,2	0,025
Tierra negra ordinaria		0,75	3,7	0,020
Ceniza volcánica		0,75	3,7	0,020
Arcilla (muy coloidal)		1,15	1,22	0,025
Arena fina (1)	0,062-0,25	0,45	1,2	0,020
Arena media (1)	0,25-0,50	0,50	1,7	0,020
Arena gruesa (1)	0,50-2,00	0,60	2,5	0,020
Grava fina	4-8	0,75	3,7	0,020
Grava gruesa	8-64	1,25	14,7	0,025
Canto rodado y ripio	64-256	1,55	44,0	0,035
Canto rodado y tierra negra graduadas (1)	0,004-64	1,15	19,6	0,030

Canto rodado y limo graduados (2)	0-64	1,25	22,0	0,030
Pizarras		1,85	31,8	0,025

(1) No coloidales, (2) Coloidales.

Fuente: Elaboración propia.

A partir del criterio de la velocidad máxima permisible, el procedimiento de cálculo es el siguiente:

- Con base del tipo de material del cuerpo del canal, se determina la velocidad máxima permisible (v_{max}) y el coeficiente de rugosidad (n) (ver Tabla 11).
- Con la pendiente longitudinal (i_s) se calcula el radio hidráulico (R), mediante Manning (Ecuación 18):

$$R = \left(\frac{v_{max} \cdot n}{i_s^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

- Con el caudal (Q) y la velocidad permisible (v_{max}) se calcula el área hidráulica (A), es decir:

$$A = \frac{Q}{v_{max}}$$

- Con el valor del radio hidráulico (R) calculado en el numeral 2 se obtiene el perímetro mojado (P) de la relación:

$$P = \frac{A}{R}$$

- Con el valor del radio hidráulico (R), la pendiente longitudinal del canal (i_s) y el ángulo de reposo del suelo (θ) se calcula el ángulo lateral del talud ($\varnothing$). Para ello igualamos las Ecuaciones 78 y 79:

$$0,76\rho g R i_s = \tau_{cb}\sqrt{1-\frac{\text{sen}^2\varnothing}{\text{sen}^2\theta}}$$

$$\left(\frac{0,76\rho g R i_s}{\tau_{cb}}\right)^2 = 1-\frac{\text{sen}^2\varnothing}{\text{sen}^2\theta}$$

$$\boxed{\text{sen}\varnothing = \text{sen}\theta\sqrt{1-\left(\frac{0,76\rho g R i_s}{\tau_{cb}}\right)^2}} \quad \text{(Ec. 82)}$$

- Conocido el ángulo lateral del talud (θ) se puede calcular el talud lateral del canal (m) mediante la igualdad:

$$\frac{1}{m} = \tan\varnothing$$

De donde:

$$m = \cot an \varnothing$$

- Con los valores de A, P y m se obtiene las dimensiones del canal, planteando un sistema de dos ecuaciones, ambas en función del ancho (b) y del tirante hidráulico (h). El tirante hidráulico (h) resulta de la solución de una ecuación cuadrática:

$$P = b + h\left(\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)$$
$$b = P - h\left(\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)$$

$$A = \left\{\left[P - h\left(\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)\right] + \frac{(m_1+m_2)h}{2}\right\}h$$

$$A = Ph - \left(\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)h^2 + \frac{(m_1+m_2)}{2}h^2$$

$$\frac{(m_1+m_2)}{2}h^2 - \left(\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)h^2 + Ph - A = 0$$

$$\left[\frac{(m_1+m_2)}{2} - \left(\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)\right]h^2 + Ph - A = 0$$

$$Kh^2 + Ph - A = 0$$

En donde:

$$K = \frac{(m_1+m_2)}{2} - \left(\sqrt{1+m_1^{\,2}} + \sqrt{1+m_2^{\,2}}\right)$$

La solución de la ecuación tiene la siguiente forma:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Entonces:

$$h = \frac{-P \pm \sqrt{P^2 + 4KA}}{2K}$$

No obstante, dadas las características geométricas del canal (m, b y h) y las condiciones mecánicas del suelo ($\varnothing$), es posible obtener la velocidad (v) correspondiente, mediante la ecuación:

$$v = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}}$$

$$v = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\tau_{cb} \sqrt{1 - \frac{sen^2\theta}{sen^2\varnothing}}}{0,76 \rho g i_s} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot i_s^{\frac{1}{2}} \quad \text{(Ec. 83)}$$

Esta velocidad no deberá superar la velocidad máxima de la Tabla 11.

CAPÍTULO 2. FLUJO NO UNIFORME EN CANALES

2.1. Condiciones generales

Una de las principales tareas de estudio del flujo no uniforme en canales es la determinación de las diferentes formas de los perfiles de la superficie libre y por consiguiente los tirantes que se establecen.

Conocemos que para el flujo no uniforme la velocidad media (v), el tirante (h), la pendiente de la superficie libre (h), etc., no se mantienen constantes a lo largo del flujo, Figura 9.

Para cauces con i_s constante, el tirante h cambia a lo largo del cauce y el perfil de la superficie libre es una línea curva.

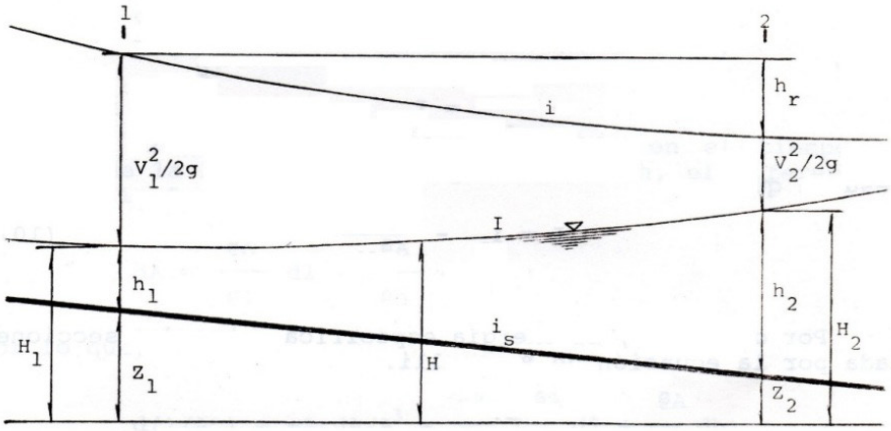


Figura 9. Flujo no uniforme en canales.
Fuente: Elaboración propia.

Si el flujo es retardo, Figura 10a, el tirante h aumenta a lo largo de éste y la superficie libre forma una curva llamada de remanso o presión. Para un flujo acelerado el tirante disminuye y la superficie forma una curva de derrame o depresión, Figura 10b.

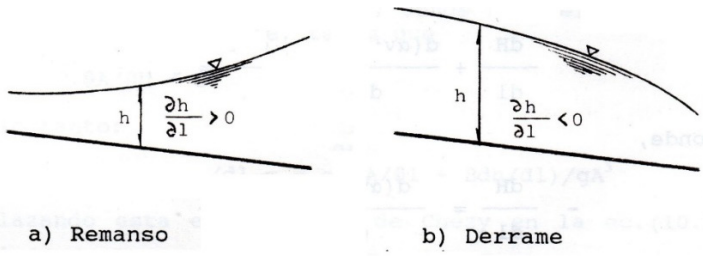


Figura 10. Formas de la superficie libre.
Fuente: Elaboración propia.

2.2. Ecuación diferencial del flujo no uniforme

Recordemos que un flujo gradualmente variado implica que la distribución de la presión es hidrostática para el plano normal, al del flujo, lo que nos permite aplicar la ecuación de Bernoulli. En la Figura 9 se puede ver que:

$$H = z + h$$

Diferenciando y dividiendo para $-dl$ obtenemos:

$$-\frac{dH}{dl} = -\frac{dz}{dl} - \frac{dh}{dl}$$

Como:

$$-\frac{dH}{dl} = I$$

$$-\frac{dz}{dl} = i_s$$

$$\frac{dh_r}{dl} = i$$

Resulta que:

$$I = i_s - \frac{dh}{dl} \quad \text{(Ec. 84)}$$

Por otro lado, la energía específica entre dos secciones está dada por la ecuación de Bernoulli.

$$z + h + \alpha\frac{v^2}{2g} + h_r = cte$$

Reemplazando $z + h = H$, tenemos:

$$H + \alpha\frac{v^2}{2g} + h_r = cte$$

Derivando para dl:

$$\frac{dH}{dl} + \frac{d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right)}{dl} + \frac{dh_r}{dl} = 0$$

De donde:

$$-\frac{dH}{dl} = \frac{d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right)}{dl} + \frac{dh_r}{dl}$$

Pudiendo escribir también:

$$\boxed{I = \frac{d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right)}{dl} + i} \quad \text{(Ec. 85)}$$

Además:

$$\frac{d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right)}{dl}=\frac{d\left(\frac{\alpha Q^2}{2gA^2}\right)}{dl}$$

$$\boxed{\frac{d\left(\frac{\alpha Q^2}{2gA^2}\right)}{dl}=\frac{\alpha Q^2}{2g}\cdot\frac{d\left(\frac{1}{A^2}\right)}{dl}}$$ (Ec. 86)

Como el área de una sección invariable en el tiempo es función de la longitud (l) y la profundidad (h), el diferencial total de la función área (A) es:

$$dA=\frac{\partial A}{\partial l}dl+\frac{\partial A}{\partial h}dh$$

Por lo que:

$$d\left(\frac{1}{A^2}\right)=-2\frac{dA}{A^3}=-\frac{2}{A^3}\left(\frac{\partial A}{\partial l}dl+\frac{\partial A}{\partial h}dh\right)$$

$$\boxed{\frac{d\left(\frac{1}{A^2}\right)}{dl}=-\frac{2}{A^3}\left(\frac{\partial A}{\partial l}+\frac{\partial A}{\partial h}\cdot\frac{dh}{dl}\right)}$$ (Ec. 87)

Un incremento de área $\partial A=\partial B\cdot h$, donde B es el ancho del cual en la superficie libre, tenemos que:

$$\boxed{\frac{\partial A}{\partial h}=B}$$ (Ec. 88)

Por lo tanto, reemplazando las ecuaciones 87 y 88 en 86 tenemos:

$$\frac{d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right)}{dl}=-\frac{\alpha Q^2}{2g}\cdot\frac{2}{A^3}\left(\frac{\partial A}{\partial l}+B\frac{dh}{dl}\right)$$

$$\boxed{\frac{d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right)}{dl}=-\frac{\alpha Q^2}{gA^3}\left(\frac{\partial A}{\partial l}+B\frac{dh}{dl}\right)}$$ (Ec. 89)

Además, según la ecuación de Chézy (ecuación 2) sabemos que:

$$\boxed{i=\frac{v^2}{C^2R}=\frac{Q^2}{A^2C^2R}}$$ (Ec. 90)

Al reemplazar las ecuaciones 89 y 90 en la ecuación 85 obtenemos:

$$I=-\frac{\alpha Q^2}{gA^3}\left(\frac{\partial A}{\partial l}+B\frac{dh}{dl}\right)+\frac{Q^2}{A^2C^2R}$$

Igualando con la ecuación 84 tenemos:

$$i_s - \frac{dh}{dl} = -\frac{\alpha Q^2}{gA^3}\left(\frac{\partial A}{\partial l} + B\frac{dh}{dl}\right) + \frac{Q^2}{A^2C^2R}$$

$$i_s - \frac{dh}{dl} = -\frac{\alpha Q^2}{gA^3}\cdot\frac{\partial A}{\partial l} - \frac{\alpha Q^2}{gA^3}B\frac{dh}{dl} + \frac{Q^2}{A^2C^2R}$$

$$i_s + \frac{\alpha Q^2}{gA^3}\cdot\frac{\partial A}{\partial l} - \frac{Q^2}{A^2C^2R} = \frac{dh}{dl} - \frac{\alpha Q^2}{gA^3}B\frac{dh}{dl}$$

$$i_s + \frac{\alpha Q^2}{gA^3}\cdot\frac{\partial A}{\partial l} - \frac{Q^2}{A^2C^2R} = \frac{dh}{dl}\left(1 - \frac{\alpha Q^2}{gA^3}B\right)$$

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i_s + \left(\frac{\alpha Q^2}{gA^3}\cdot\frac{\partial A}{\partial l}\right) - \frac{Q^2}{A^2C^2R}}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{gA^3}}$$

Esta es la ecuación diferencial del movimiento no uniforme para canales abiertos de sección variable. En causes de sección constante, el área A no depende de la longitud l, por consiguiente $\partial A / \partial l = 0$, tomando la ecuación anterior la siguiente forma:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i_s - \frac{Q^2}{A^2C^2R}}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{gA^3}}$$

Siendo esta la ecuación diferencial de la superficie libre para canales prismáticos.

2.3. Energía específica de una sección

Como energía específica de una sección se conoce a la parte de la energía del flujo, determinada por el tirante h y la altura de velocidad $v^2 / 2g$, sin la consideración de la energía específica de posición, de tal manera que:

$$\boxed{e = h + \frac{\alpha v^2}{2g}} \quad \text{(Ec. 92)}$$

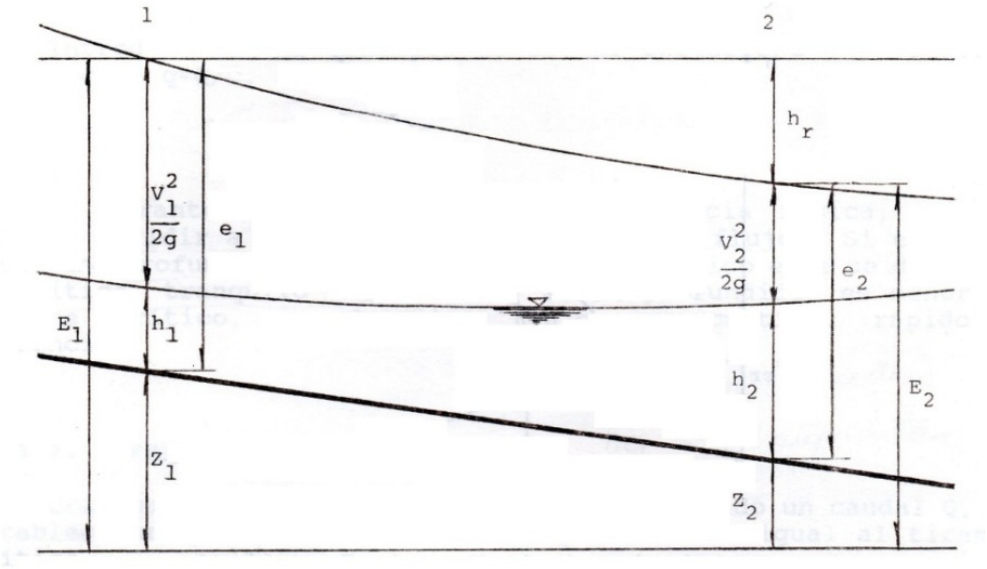


Figura 11. Energía específica de una sección.
Fuente: Elaboración propia.

Para el flujo uniforme la energía específica de una sección se mantiene constante, o sea:

$$e_1 = e_2$$

$$h_1 + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{\alpha v_2^2}{2g}$$

Para un canal, con caudal dado, la energía específica de la sección es función del tirante h y siempre es positiva ($e > 0$):

$$e = f(h)$$

$$e = h + \frac{\alpha v^2}{2g}$$

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$\boxed{h + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} > 0} \quad \text{(Ec. 93)}$$

Si analizamos gráficamente la ecuación 93 tenemos que:

$$\text{Si } h \to 0, \text{ entonces } A \to 0. \text{ Por tanto: } \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \to \infty \text{ y } e \to \infty$$

$$\text{Si } h \to \infty, \text{ entonces } A \to \infty. \text{ Por tanto: } \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \to 0 \text{ y } e \to \infty$$

La energía específica de la sección se encuentra representada en la Figura 12:

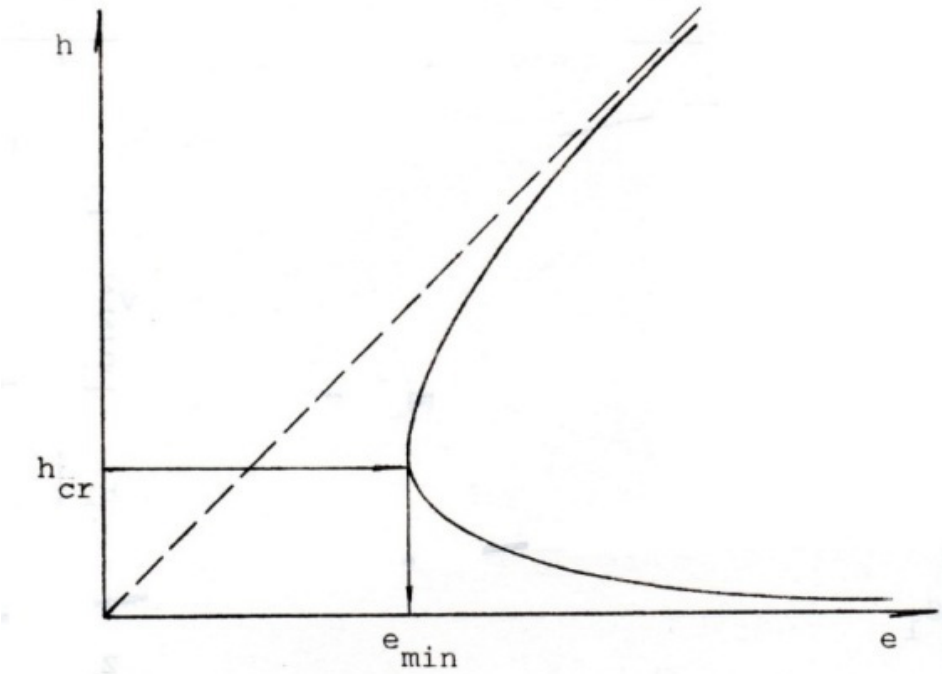


Figura 12. Variación de la energía específica.
Fuente: Elaboración propia.

2.3.1. Tirante crítico

La ecuación 3.96 tiene un valor mínimo, correspondiente a un valor de la profundidad llamada tirante crítico (h_{cr}). El tirante crítico corresponde a la energía mínima de una sección, y analíticamente se obtiene derivando la Ecuación 92:

$$e = h + \frac{\alpha v^2}{2g}$$

$$\frac{de}{dh} = \frac{d\left(h + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2}\right)}{dh}$$

Para un cauce de sección rectangular es fácil determinar la magnitud del tirante crítico, ya que:

$$A = Bh$$

$$0 = \frac{d\left(h + \frac{\alpha Q^2}{2gB^2h^2}\right)}{dh}$$

$$0 = 1 + \left[-2\left(\frac{\alpha Q^2}{2gB^2} \right) \right] \frac{1}{h^3}$$

$$0 = 1 - \left(\frac{\alpha Q^2}{gB^2} \right) \frac{1}{h^3}$$

$$1 - \left(\frac{\alpha Q^2}{gB^2} \right) \frac{1}{h^3} = 0$$

$$\left(\frac{\alpha Q^2}{gB^2} \right) \frac{1}{h^3} = 1$$

$$h^3 = \left(\frac{\alpha Q^2}{gB^2} \right)$$

En donde:

$$\boxed{h_{cr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gB^2}}} \quad \text{(Ec. 94)}$$

Introduciendo el concepto de caudal unitario o específico a la relación tenemos:

$$q = \frac{Q}{B}$$

$$\boxed{h_{cr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}} \quad \text{(Ec. 95)}$$

El tirante crítico tiene gran importancia física, ya que permite dividir a las corrientes en dos tipos de flujo:

Si el flujo posee una profundidad mayor que el tirante crítico éste se denomina flujo subcrítico, tranquilo o fluvial.

Si su profundidad es menor al tirante crítico se denomina flujo supercrítico, rápido o torrencial.

Es decir:

$$h > h_{cr} \rightarrow \text{subcrítico}$$

$$h < h_{cr} \rightarrow \text{supercrítico}$$

2.3.2. Pendiente crítica

Se llama “pendiente crítica” a la cual, dado un caudal Q, se establece un flujo uniforme con una profundidad igual al tirante crítico. La pendiente crítica se encuentra a partir de la ecuación de Chézy.

$$Q = CA\sqrt{Ri}$$

$$i = \frac{Q^2}{C^2A^2R}$$

$$i_{cr} = \frac{Q^2}{C_{cr}{}^2A_{cr}{}^2R_{cr}}$$

Donde C es el coeficiente de rugosidad de Chezy. Según Manning puede ser calculado con la siguiente relación:

$$C_{cr} = \frac{R_{cr}{}^{1/6}}{n}$$

Por tanto, para canales rectangulares:

$$i_{cr} = \frac{Q^2}{\left(\frac{R_{cr}{}^{1/6}}{n}\right)^2 A_{cr}{}^2R_{cr}}$$

$$i_{cr} = \frac{n^2Q^2}{R_{cr}{}^{4/3}A_{cr}{}^2}$$

$$i_{cr} = \frac{n^2P_{cr}{}^{4/3}Q^2}{A_{cr}{}^{4/3}A_{cr}{}^2}$$

$$i_{cr} = \frac{n^2\left(B+2h_{cr}\right)^{4/3}Q^2}{\left(Bh_{cr}\right)^{4/3}\left(Bh_{cr}\right)^2}$$

$$\boxed{i_{cr} = \frac{n^2\left(B+2h_{cr}\right)^{4/3}Q^2}{\left(Bh_{cr}\right)^{8/3}}} \quad \text{(Ec. 96)}$$

La pendiente crítica sirve también como parámetro de comparación para la determinación de flujos subcríticos y supercríticos en canales. Si la pendiente del canal es menor que la crítica el régimen es fluvial y si es mayor es torrencial. Es decir:

$$i < i_{cr} \rightarrow \text{subcrítico}$$

$$i > i_{cr} \rightarrow \text{supercrítico}$$

2.4. Superficies libres

2.4.1. Formas de la superficie libre

Para un valor de pendiente de solera del canal i_s y de pendiente crítica i_{cr} se puede decir:

$$i_s < i_{cr} \rightarrow \text{pendiente suave}$$
$$i_s > i_{cr} \rightarrow \text{pendiente pronunciada}$$
$$i_s = i_{cr} \rightarrow \text{pendiente crítica}$$
$$i_s = 0 \rightarrow \text{pendiente horizontal}$$
$$i_s < 0 \rightarrow \text{pendiente adversa}$$

Las diferentes formas de la superficie libre se pueden determinar según la Ec. 91. Es decir:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i_s - \dfrac{Q^2}{A^2C^2R}}{1 - \dfrac{\alpha Q^2 B}{gA^3}}$$

$$Q = K_0\sqrt{i_s}$$

$$K = AC\sqrt{R}$$

$$K^2 = A^2C^2R$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta l} = \frac{i_s - \left(\dfrac{K_0\sqrt{i_s}}{K}\right)^2}{1 - \dfrac{\alpha Q^2}{\dfrac{g}{\dfrac{A^3}{B}}}}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta l} = \frac{i_s - i_s\left(\dfrac{K_0}{K}\right)^2}{1 - \dfrac{\alpha Q^2}{\dfrac{g}{\dfrac{A^3}{B}}}}$$

$$\boxed{\frac{\Delta h}{\Delta l} = i_s \frac{1 - \left(\dfrac{K_0}{K}\right)^2}{1 - \dfrac{\alpha Q^2}{\dfrac{g}{\dfrac{A^3}{B}}}}} \quad \text{(Ec. 97)}$$

En donde: K_0 es el caudal característico del flujo uniforme correspondiente al tirante h0; K es el factor de gasto de la profundidad existente h; el término $\alpha Q^2 / g$ es la función que corresponde a la profundidad crítica (h_{cr}); y el término A^3 / b es la función que corresponde a la profundidad existente (h).

La Ec. 97 expresa la variación de la profundidad a lo largo del flujo. Un valor positivo de $\Delta h / \Delta l$ indica curvas de remanso y un valor negativo indica curvas de derrame.

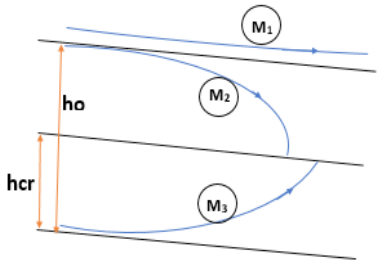
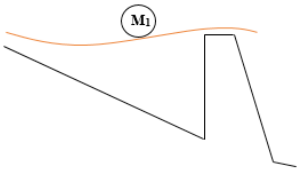
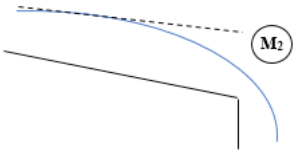
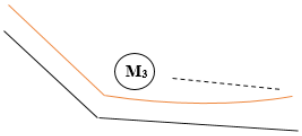
2.4.2. Diseño de la superficie libre

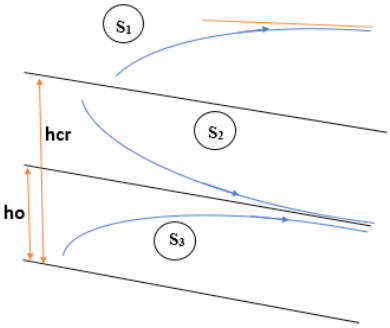
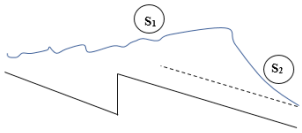
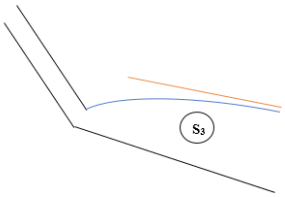
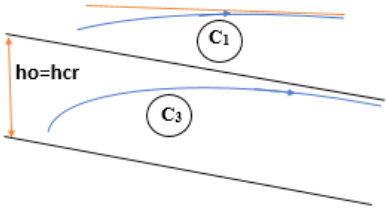
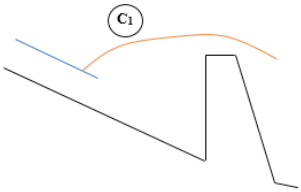
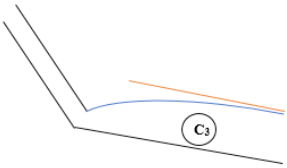
Para el análisis de la superficie libre simplificaremos la Ec. 97 a la siguiente forma:

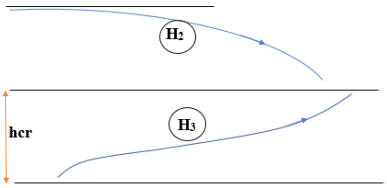
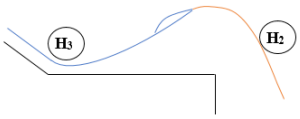
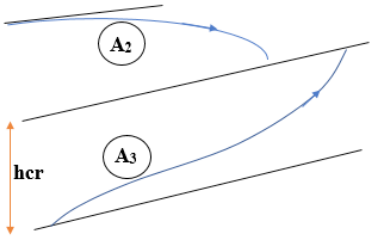
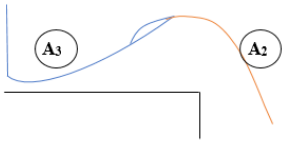
$$\frac{\Delta h}{\Delta l} = i_s \frac{1 - f\left(\frac{h_0}{h}\right)}{1 - f\left(\frac{h_{cr}}{h}\right)}$$

La interacción entre tirante normal y tirante crítico, originan en el flujo las formas de superficie que se exponen en la Tabla 12.

Tabla 12. Formas de la superficie libre.

Formas de los perfiles	Análisis de la Ec. (97)	Ejemplos
Pendiente suave $i_s < i_{cr}$ Tipo M (Mild)  	Tipo M_1 $h > h_0 > h_{cr}$ $f(h_0/h) < 1$ $f(h_{cr}/h) < 1$ $\Delta h / \Delta l = + / +$ Remanso	
	Tipo M_2 $h_0 > h > h_{cr}$ $f(h_0/h) > 1$ $f(h_{cr}/h) < 1$ $\Delta h / \Delta l = - / +$ Derrame	
	Tipo M_3 $h_0 > h_{cr} > h$ $f(h_0/h) > 1$ $f(h_{cr}/h) > 1$ $\Delta h / \Delta l = - / -$ Remanso	

Formas de los perfiles	Análisis de la Ec. (97)	Ejemplos
Pendiente pronunciada $i_s > i_{cr}$ Tipo S (Steep)  	Tipo S_1 $h > hcr > h_0$ $f(h_0/h) < 1$ $f(h_{cr}/h) < 1$ $\Delta h/\Delta l = +/+$ Remanso	
	Tipo S_2 $hcr > h > h_0$ $f(h_0/h) < 1$ $f(h_{cr}/h) > 1$ $\Delta h/\Delta l = +/-$ Derrame	
	Tipo S_3 $hcr > h_0 > h$ $f(h_0/h) > 1$ $f(h_{cr}/h) > 1$ $\Delta h/\Delta l = -/-$ Remanso	
Pendiente crítica $i_s = i_{cr}$ Tipo C  	Tipo C_1 $h > h_0 = h_{cr}$ $f(h_0/h) < 1$ $f(h_{cr}/h) < 1$ $\Delta h/\Delta l = +/+$ Remanso	
	Tipo C_2 $h_0 = h_{cr} > h$ $f(h_0/h) > 1$ $f(h_{cr}/h) > 1$ $\Delta h/\Delta l = -/-$ Remanso	

Formas de los perfiles	Análisis de la Ec. (97)	Ejemplos
Pendiente horizontal $i_s = 0$ Tipo H  	Tipo H_2 $h > h_{cr}$ $f(h_0/h) > 1$ $f(h_{cr}/h) < 1$ $\Delta h / \Delta l = - / +$ Derrame Tipo H_3 $h_{cr} > h$ $f(h_0/h) > 1$ $f(h_{cr}/h) > 1$ $\Delta h / \Delta l = + / +$ Remanso	
Pendiente adversa $i_s = 0$ Tipo A  	Tipo A_2 $h > h_{cr}$ $f(h_0/h) > 1$ $f(h_{cr}/h) < 1$ $\Delta h / \Delta l = - / +$ Derrame Tipo A_3 $h_{cr} > h$ $f(h_0/h) > 1$ $f(h_{cr}/h) > 1$ $\Delta h / \Delta l = - / -$ Remanso	

Fuente: Elaboración propia.

La Ec. 97 es la expresión diferencial de la forma de la superficie libre y se resuelve mediante métodos numéricos, mediante integración por el método de los trapecios, pudiéndose expresar de la siguiente manera:

$$\boxed{l = \int_{l_1}^{l_2} dl = \int_{h_1}^{h_2} \left(\frac{dl}{dh} \right) dh} \quad \text{(Ec. 98)}$$

La longitud l en la que existe el perfil, se obtiene conociendo un valor de h_1 y un incremento $\Delta \mathrm{h}$, determinando el valor de h_2 .

Pavlovsky desarrolló un método para determinar el valor de l en canales, como resultado de la integración de la Ec. 97. Este método consiste en (Sandoval, 1993):

1. Cuando $\mathrm{i}_s > 0$

$$\boxed{\mathrm{i}_s \cdot N \cdot l = \left(\varkappa_2 - \varkappa_1\right) - \left(1 - F_r^{\,2}\right)\left(\phi_2 - \phi_1\right)} \text{ (Ec. 99)}$$

En donde:

$$N = \frac{\left(\varkappa_2 - \varkappa_2\right)}{\left(h_2 - h_2\right)}$$

$$\varkappa_2 = \frac{K_2}{K_0}$$

$$\varkappa_1 = \frac{K_1}{K_0}$$

Si $h < h_0$:

$$\phi = 1{,}151 \log \frac{1+\varkappa}{1-\varkappa}$$

Si $h > h_0$:

$$\phi = 1{,}151 \log \frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}$$

Y[8]:

$$F_r^{\,2} = \frac{\alpha C_m^{\,2} \cdot i_s \cdot B_m}{g \cdot X_m}$$

2. Cuando $\mathrm{i}_s = 0$

$$\boxed{\mathrm{i}_{cr} \cdot N \cdot l = F_r^{\,2}\left(\varkappa_2 - \varkappa_1\right) - \left(\phi_2 - \phi_1\right)} \text{ (Ec. 100)}$$

En donde:

$$N = \frac{\left(\varkappa_2 - \varkappa_2\right)}{\left(h_2 - h_2\right)}$$

$$\varkappa_2 = \frac{K_2}{K_{cr}}$$

$$\varkappa_1 = \frac{K_1}{K_{cr}}$$

$$\phi_2 = \frac{\varkappa_2^{\,3}}{3}$$

8. El subíndice corresponde al valor medio de las características del flujo para las secciones 1 y 2.

$$\phi_1 = \frac{\varkappa_1^{\,3}}{3}$$

Y:

$$F_r^{\,2} = \frac{\alpha C_{cr}^{\;2} \cdot i_{cr} \cdot B_{cr}}{g \cdot X_{cr}}$$

3. Cuando $\mathrm{i_s} < 0$

$$\boxed{\left|\mathrm{i_s}\right| \cdot N \cdot l = -\left(\varkappa_2 - \varkappa_1\right) + \left(1 + F_r^{\,2}\right)\left(\phi_2 - \phi_1\right)} \text{ (Ec. 101)}$$

En donde[9]:

$$N = \frac{\left(\varkappa_2 - \varkappa_2\right)}{\left(h_2 - h_2\right)}$$

$$\varkappa_2 = \frac{K_2}{K_0^{\,*}}$$

$$\varkappa_1 = \frac{K_1}{K_0^{\,*}}$$

$$\phi_2 = \arctan \varkappa_2$$

$$\phi_1 = \arctan \varkappa_1$$

Y:

$$F_r^{\,2} = \frac{\alpha C^2 \cdot i_s \cdot B}{g \cdot X}$$

El perfil de la superficie libre se determina conociendo por lo menos un punto el caudal y el tirante del flujo. Estos puntos se denominan “puntos de control”. La ubicación del punto de control depende del régimen del flujo. Así pues, para régimen sub-crítico las condiciones de aguas abajo son las que imponen la forma del reptil (remanso) y el punto de control. Para el régimen súper-crítico las condiciones de aguas arriba son las determinantes.

9. Corresponde a un valor ficticio de , tomando el valor absoluto de la pendiente .

CAPÍTULO 3. PROBLEMAS

1. Dado un canal trapecial con ancho de solera $b = 3\ m$, taludes laterales $m_1 = 1{,}5$ y $m_2 = 2{,}0$, pendiente longitudinal $i_s = 0{,}0016$ y un coeficiente de rugosidad $n = 0{,}013$, determinar el gasto y la velocidad si el tirante normal $h = 2{,}5\ m$.

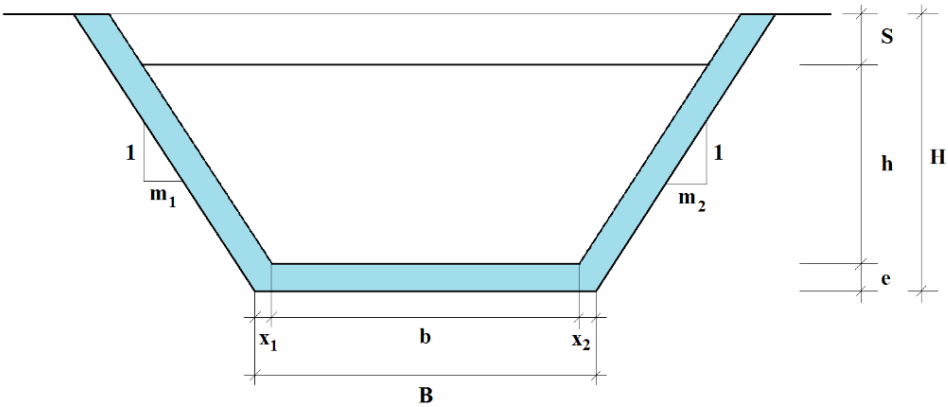
Respuesta: $Q = 71{,}26\ m^3/s$; $v = 3{,}86\ m/s$

2. Un canal trapezoidal de $b = 20\ m$, $i_s = 0{,}0015$, $m = 2$ y $n = 0{,}025$, transporta agua a razón de $Q = 40\ m^3/s$. Calcular el tirante normal y la velocidad del flujo.

Respuesta: $h = 1{,}15\ m$; $v = 1{,}57\ m/s$

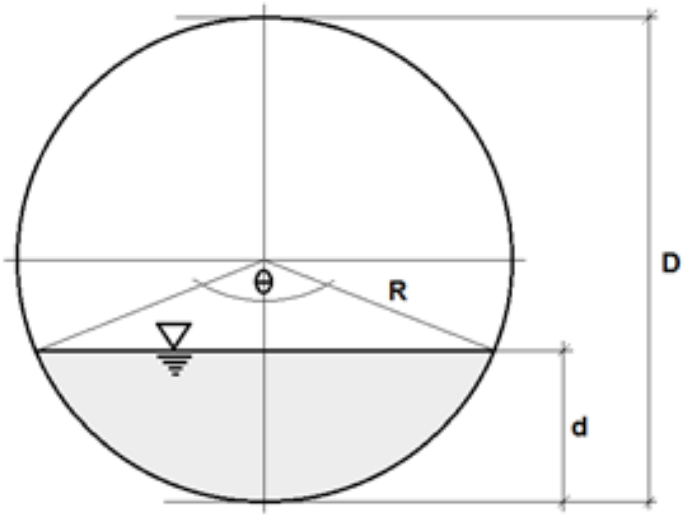
3. Obtener la sección óptima y el costo por metro lineal (C) de un canal trapezoidal de pendiente longitudinal $i_s = 0{,}0010$, coeficiente de rugosidad $n = 0{,}015$ y taludes laterales $m_1 = 1{,}5$ y $m_2 = 2{,}5$, para transportar un caudal $Q = 2\ m^3/s$. El canal ha sido revestido con un espesor de hormigón $e = 0{,}15\ m$, dejando un borde libre $S = 0{,}50\ m$ entre la superficie de la lámina libre del agua y el nivel del terreno. Asumir un costo unitario del hormigón y excavación de 200 y 4 dólares por metro cúbico respectivamente.

Respuesta: $H = 1{,}48\ m$; $B = 1{,}01\ m$; $C = 241{,}75\ dólares/m$



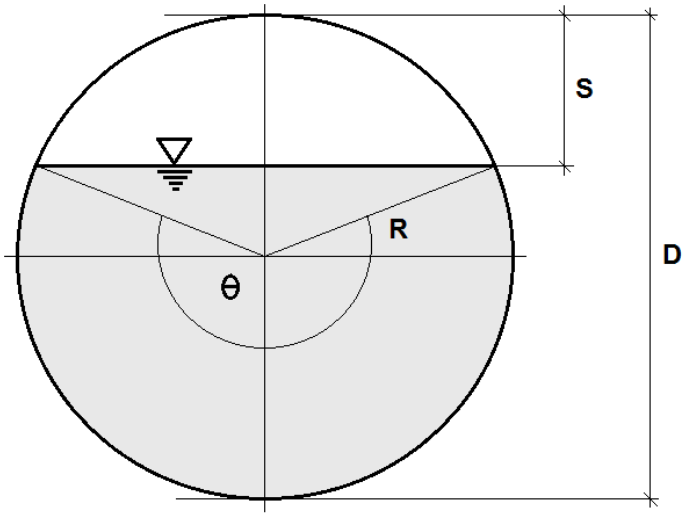
4. Cuál es el caudal Q que circula a través de una alcantarilla de hormigón simple ($n = 0{,}014$) y de diámetro $D = 800\ mm$, si el tirante hidráulico en el tubo es $d = 0{,}30\ m$. Suponer que la alcantarilla ha sido instalada con una pendiente de 2 por mil.

Respuesta: $Q = 164{,}3\ L/s$



5. Obtener el diámetro de una alcantarilla de PVC ($n = 0{,}015$) para transportar un caudal $Q = 1\ m^3/s$, instalada en una pendiente longitudinal $i_s = 0{,}001$. Se desea que la alcantarilla funcione con un franco libre $S = 0{,}50\ m$ sobre el nivel de agua.

Respuesta: $D = 1{,}33\ m$



6. En el canal trapezoidal que se observa en la Figura, calcular el ancho de la solera, tirante, perímetro y radio hidráulico, si la pendiente longitudinal del canal es $i_s = 0{,}0001$ y el caudal transportado es $Q = 8\ m^3/s$. El canal se excava en tierra negra arenosa. Se sabe que la velocidad máxima permisible es $v = 0{,}5\ m/s$, el coeficiente de rugosidad $n = 0{,}02$, el esfuerzo cortante $\tau_b = 2{,}0\ N/m^2$ y el ángulo de reposo $\theta = 35°$.

Respuesta: $b = 11{,}52\ m$; $h = 1{,}19\ m$

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Chow, V. T. (1959). *Open-Channel Hydraulics.* Nueva York, EE.UU.: McGraw Hill.

Sandoval, W. (1993). *Principios de la Hidráulica.* Quito, Ecuador: ESPE - Universidad de las Fuerzas Armadas.

Swan, C., y Horton, T. (1905). *Hydraulic Diagrams for the Discharge of Conduits and Canals, Based upon the Formula of Ganguillet and Kutter.* Nueva York, EE.UU.: The Engineering news publishing company.

White, F. (1998). *Fluid Mechanics.* Nueva York, EE.UU.: McGraw-Hill.

Ingeniería y Tecnología

3ciencias